



Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturtechnik

Windinduzierte Schwingungen

Prof. Dr.-Ing. Michael Hortmanns

Mitglied des Normenausschusses UA Wind (DIN 1055 Teil 4, DIN EN 1991-1-4)

PT – Mitglied: Eurocode EN 1991-1-4 "Wind Actions on Structures"

Mitglied der BAST Arbeitsgruppe „Schwingungsanfällige Zugglieder im Brückenbau“

Mitglied DIBt-Ausschuss „Windenergieanlagen“



Ingenieure GmbH
beraten • planen • prüfen
im Bauwesen

Solingen • Bremen



Gliederung

1. Einleitung & Problemstellung
2. Beispiele für winderregte Schwingungen
3. Einwirkungsmechanismen
 - Böenerregung
 - Wirbelerregung
 - Galloping
 - Flattern
 - Interferenzen
 - Regen- / Wind-induzierte Schwingungen
4. Beispielrechnungen
 - Industrieschornstein
 - Werbetafel
 - Brückenüberbauten
 - Schrägseile / Hänger von Brücken
5. Maßnahmen



Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

Beispiel Tacoma Narrows Bridge



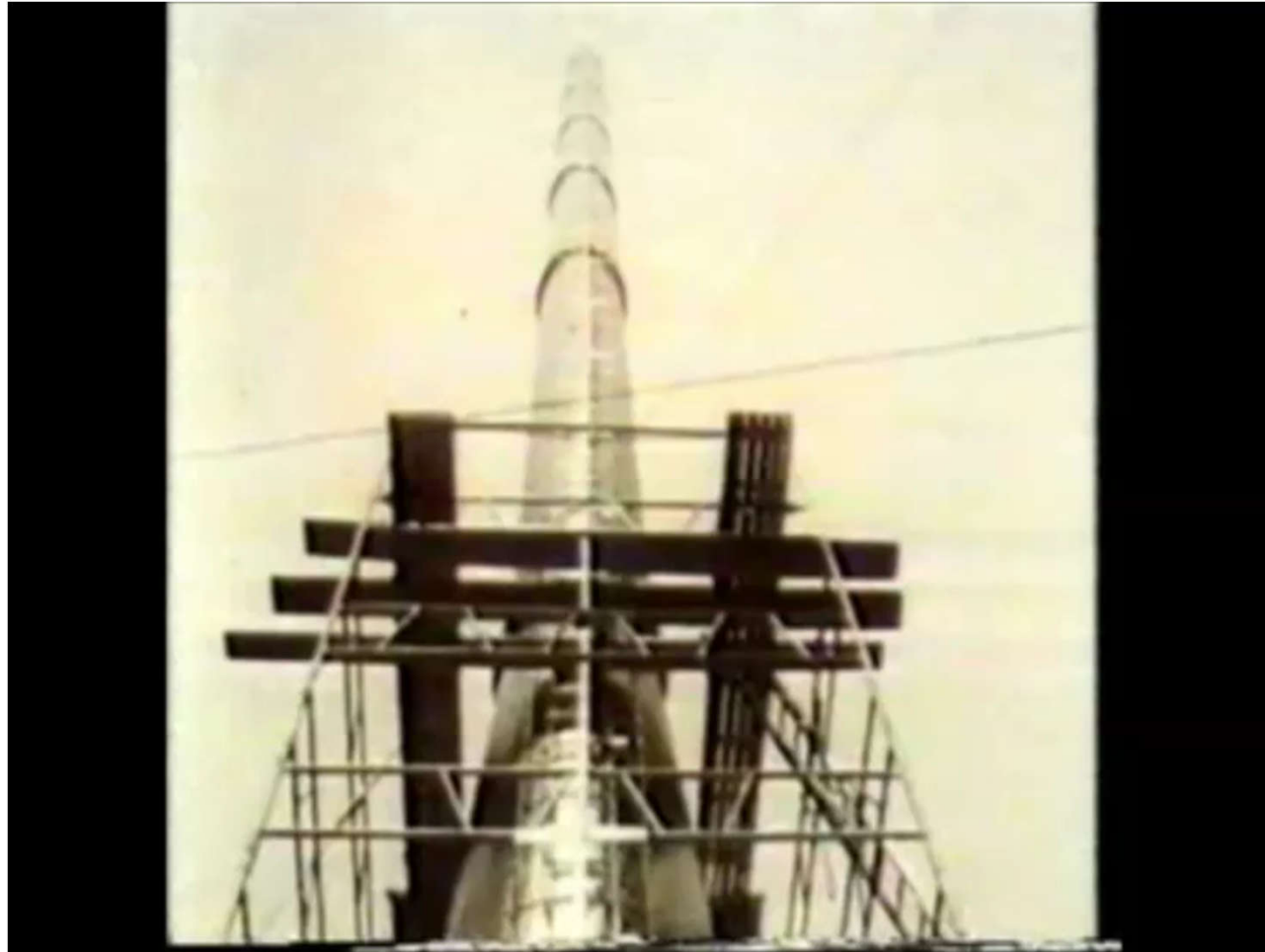


Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

Beispiel schwingender Schornstein





Beispiele Seilschwingungen





Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Dynamische Windwirkungen





3 Einwirkungsmechanismen

Dynamische Windwirkungen

Bei der Bauwerksreaktion unterscheidet man in:

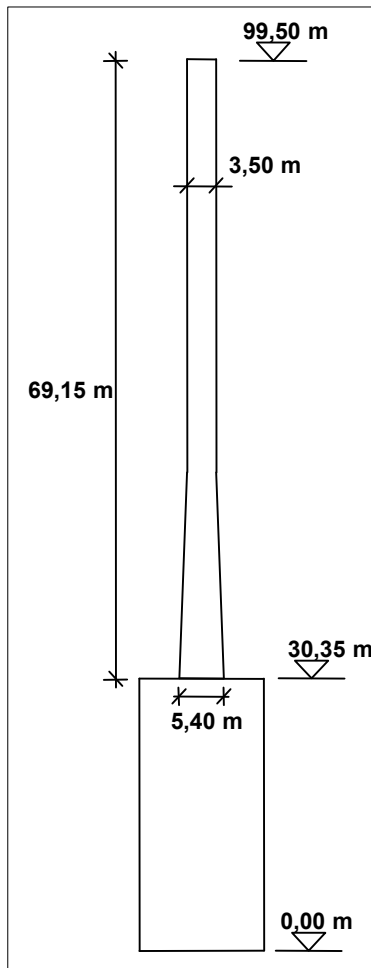
- Quasi-statische Reaktion
 - Hintergrundanteil bei Böenerregung
 - mittlere Verschiebung bei Böenerregung
- resonanzartige Schwingungen:
 - Resonanzanteil bei Böenerregung
 - Wirbelerregung
- selbsterregte Schwingungen:
 - Galloping
 - Flattern
 - Regen-Wind-Induzierte Schwingungen
 - Interferenzschwingungen



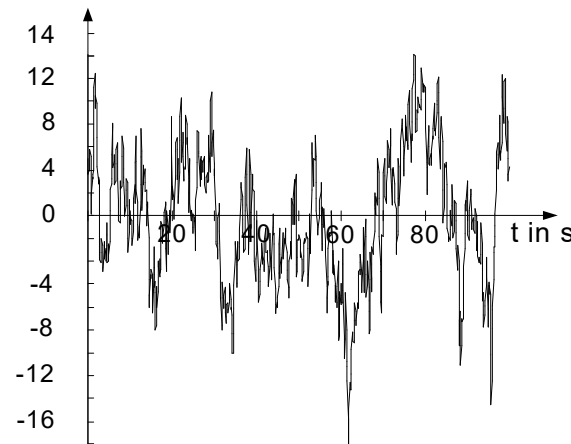
3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Grundlagen - Böenerregung

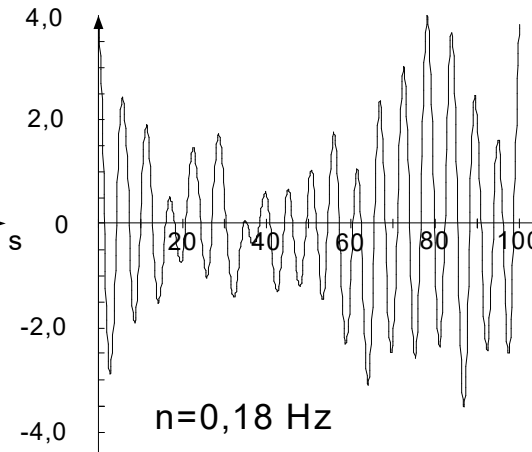


W in kN



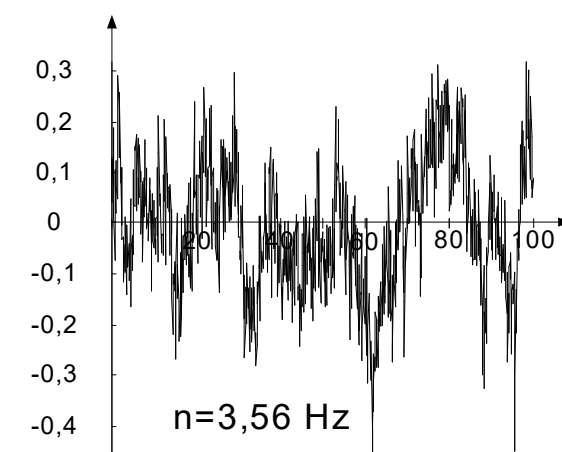
Windlast,
stochastischer
Breitbandprozess

a in cm



Verformung mit
Resonanz, Schmal-
bandprozess

a in cm



quasi-statische
Verformung,
keine Resonanz

Das Bauwerk reagiert auf die Bögigkeit des Windes mit ausgeprägten Resonanzschwingungen, wenn

- die Eigenfrequenz klein ist, d.h. die Steifigkeit bei gegebener Masse gering ist und / oder
- die Schwingung schwach gedämpft ist.



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

$$F_w = G \cdot c_f \cdot q_m(z_e) \cdot A_{ref}$$

$$G = \frac{x_p}{x_m} = \frac{x_m + g\sigma_x}{x_m}$$

x_p maximale Verformung in der Mittelungszeit T;
 x_m Mittelwert der Verformung in T;
g Spitzenfaktor

σ_x^2 Varianz, d.h. das quadratische Mittel der Verformungsschwankung $x(t) - x_m$

σ_{xQ}^2 der Böengrundanteil am quadratischen Mittel der Verformung, der ohne Resonanzüberhöhung zustande kommt,

σ_{xR}^2 der Resonanzanteil, der durch Resonanz eines Teils der Böenenergie mit der Eigenfrequenz des Tragwerks entsteht.



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

Proportionalität der Verformungsschwankungen zur Windturbulenz

$$\frac{\sigma_x}{x_m} \approx \frac{\sigma_v}{v_m} = I_v \quad I_v \quad \text{Turbulenzintensität, Werte in Anhang B}$$

$$\frac{\sigma_{xQ}}{x_m} = 2 \cdot Q_0 \cdot I_v \quad Q_0 \quad \text{Proportionalitätsfaktor für den Böengrundanteil, Berechnung nach Anhang C}$$

$$\frac{\sigma_{xR}}{x_m} = 2 \cdot R_x \cdot I_v \quad R_x \quad \text{Proportionalitätsfaktor für den Resonanzanteil, Berechnung nach Anhang C}$$

$$G = 1 + g \sqrt{\frac{\sigma_{xQ}^2}{x_m^2} + \frac{\sigma_{xR}^2}{x_m^2}} = 1 + g \cdot 2 \cdot I_v \sqrt{Q_0^2 + R_x^2}$$

Film



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

Bestimmung der Böenreaktionsfrequenz $u_{E,0}$ bei quasistatischem Antwortverhalten

$$S = 0,46 \cdot \left[\frac{b+h}{L_i(z)} \right] + 1,58 \cdot \left[\frac{\sqrt{b \cdot h}}{L_i(z)} \right]$$

$$u_{E,0} = \frac{u_m(z)}{L_i(z)} \cdot \frac{1}{1,11 \cdot S^{0,615}}$$

Quadrierter Böengrundanteil

$$Q_0^2 = \frac{1}{1 + 0,9 \left(\frac{b+h}{L_i(z)} \right)^{0,63}}$$

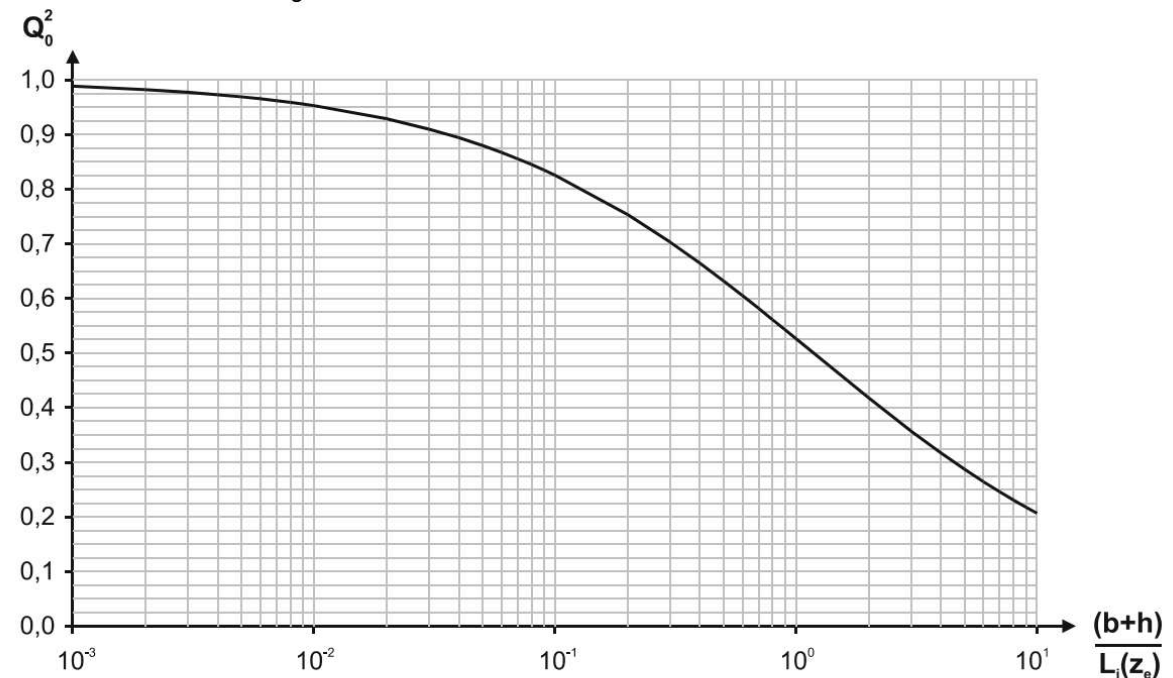


Bild C.4 – Böengrundanteil Q_0^2



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

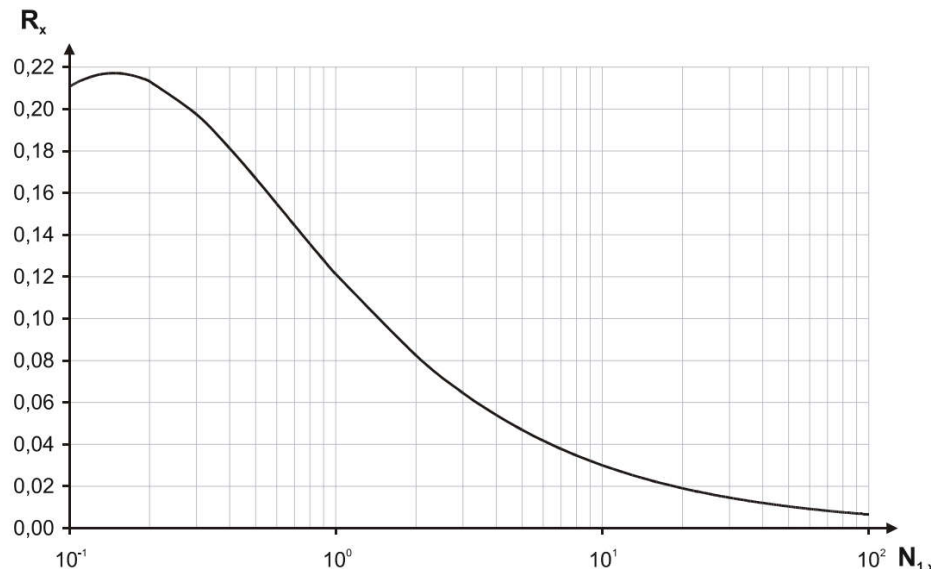
Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

Quadrierter Resonanzantwortanteil R_x^2

- **reduzierte Frequenz**

$$N_{1,x} = \frac{f_{1,x} \cdot L_i(x)}{u_m(z)}$$

- **dimensionslose spektrale Dichtefunktion**



$$R_N = \frac{6,8 \cdot N_{1,x}}{\left(1 + 10,2 \cdot N_{1,x}\right)^{5/3}}$$



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

Quadrierter Resonanzantwortanteil R_x^2

- aerodynamische Übertragungsfunktion

$$R_1 = \frac{1}{\eta} - \frac{1}{2\eta^2} \left(1 - e^{-2\eta} \right) \quad \text{für } \eta > 0$$

$$R_h = R_1 \quad \text{mit } \eta = \frac{4,6 \cdot N_{1,x} \cdot h}{L_i(z)}$$

$$R_b = R_1 \quad \text{mit } \eta = \frac{4,6 \cdot N_{1,x} \cdot b}{L_i(z)}$$

$$R_x^2 = \frac{\pi^2}{2\Lambda} \cdot R_N \cdot R_h \cdot R_b$$

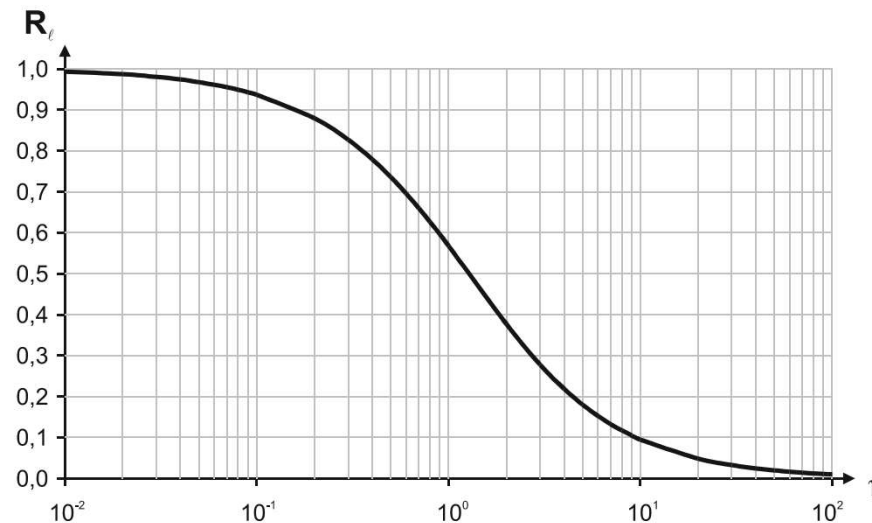


Bild C.6 – Aerodynamische Übertragungsfunktionen R_l ($l = h$ bzw. b)



3 Einwirkungsmechanismen

Böenerregte Schwingungen

Nachweis nach DIN EN 1991-1-4 (+NA):

Böenreaktionsfaktor

- Erwartungswert der Böenreaktionsfrequenz

$$u_E = \sqrt{\frac{u_{E0}^2 \cdot Q_0^2 + f_{1,x}^2 \cdot R_x^2}{Q_0^2 + R_x^2}}$$

- Spitzenfaktor

$$g = \sqrt{2 \cdot \ln(u_E \cdot t)} + \frac{0,6}{\sqrt{2 \cdot \ln(u_E \cdot t)}} \quad \text{mit Mittelungszeit } t = 600s$$

- Böenreaktionsfaktor

$$G = 1 + 2 \cdot g \cdot I_v(z) \cdot \sqrt{Q_0^2 + R_x^2}$$

- **Statische Ersatzlast**

$$F_{w,i} = G \cdot c_{f,i} \cdot q_m(z_i) \cdot A_i$$

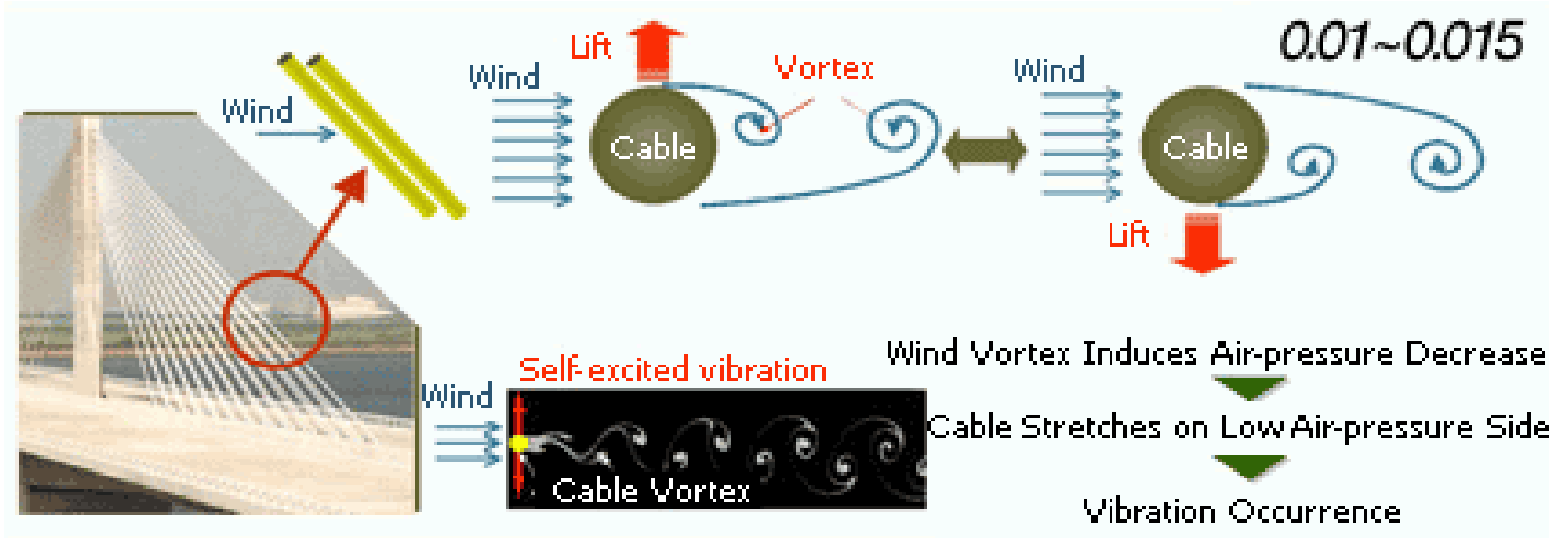
- Schwingungsanfälligkeit

$$\varphi = \frac{G}{G_Q} = \frac{2,69 \cdot F_{wm}}{1,94 \cdot F_{wm}} = \frac{285,1}{205,6} = 1,39 \quad \varphi > 1,1 ?$$



3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung





Bergische Universität
Wuppertal

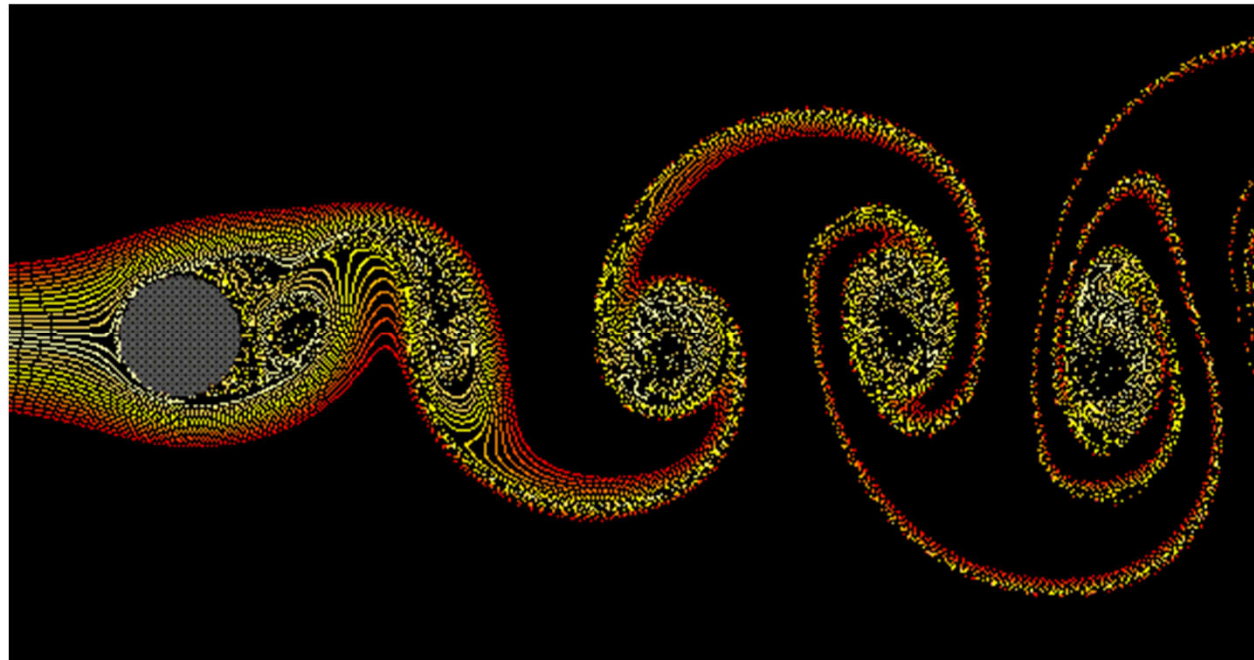
MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

von Kármán - Wirbelstraße





Bergische Universität
Wuppertal

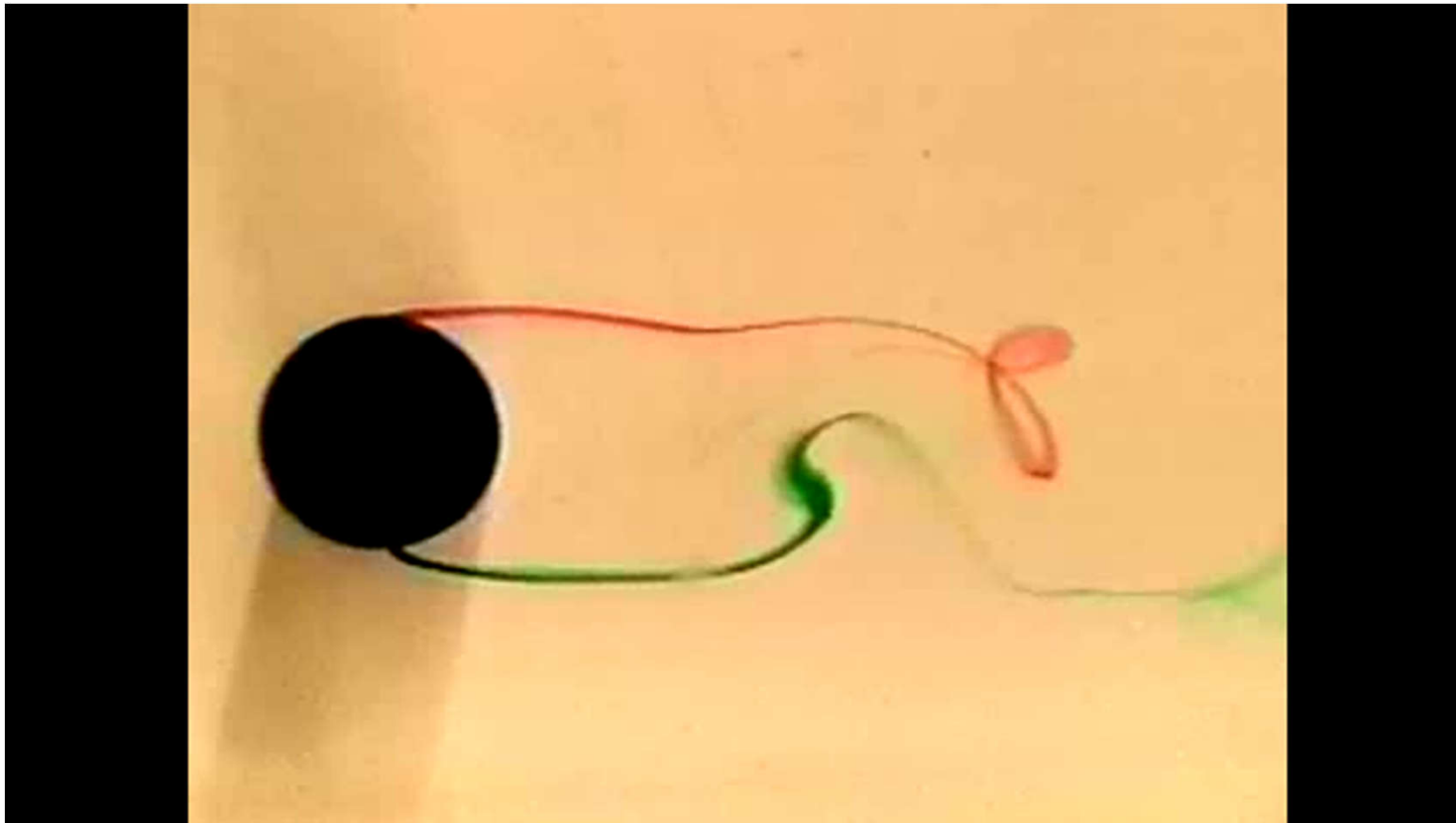
MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

von Kármán - Wirbelstraße



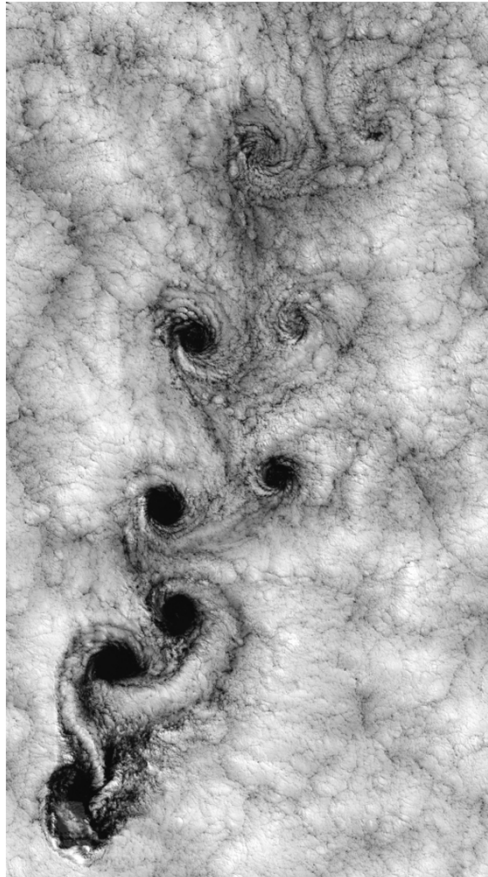


Bergische Universität
Wuppertal

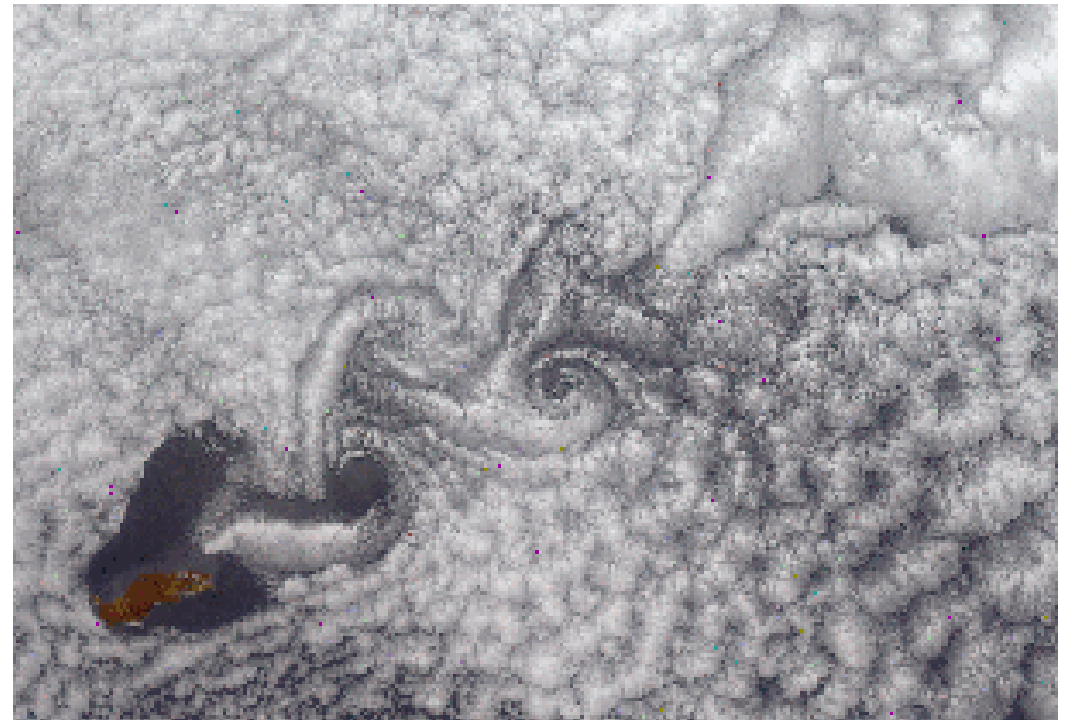
MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

von Kármán - Wirbelstraße (Forts.)



Juan-Fernández-Islands



Guadalupe Islands



Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung



Wind induced vibrations of a chimney



Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

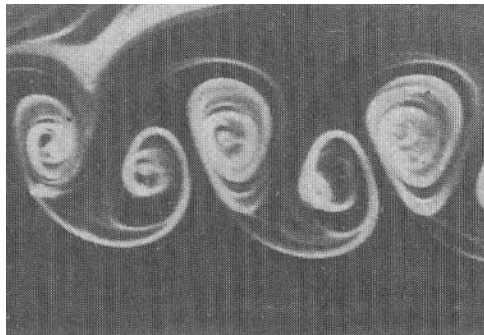
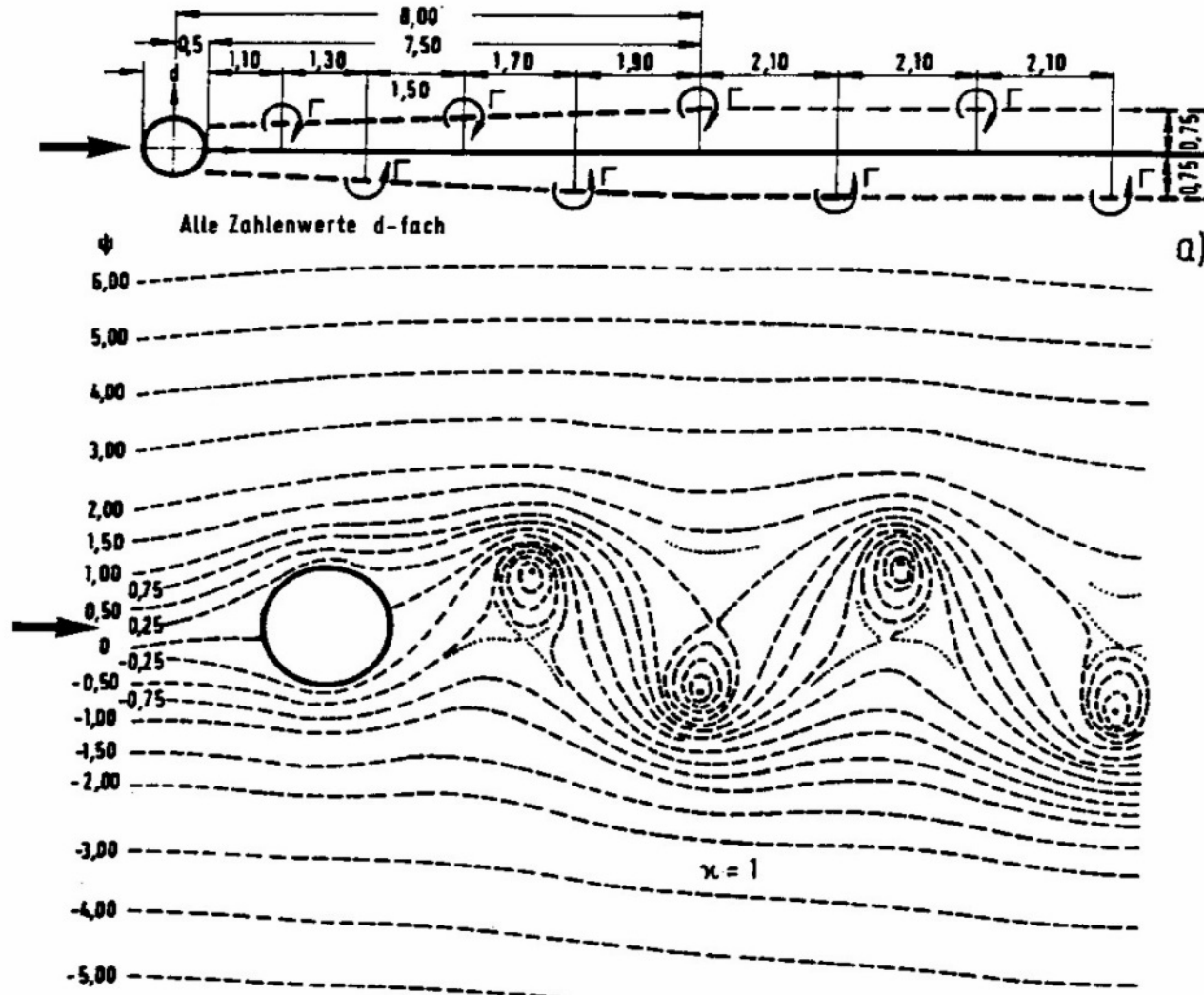




3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

Kreiszyylinder:





3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

Mechanismus:

- wechselseitige Ablösung von Wirbeln bewirken wechselseitige Kräfte
- Lastamplituden sind abhängig von der Schwingungsamplitude.
Mit zunehmenden Weggrößen werden auch die Kräfte größer. ->
Krafterregte Schwingung mit Übergang zur selbsterregten Schwingung
- Ablösefrequenzen werden durch die dimensionslose Strouhalzahl beschrieben

$$St = \frac{d \cdot f_w}{u_\infty} = \text{Körperabmessung/Wellenlänge}$$

d bzw b Zylinderdurchmesser

f_w Wirbelablösefrequenz

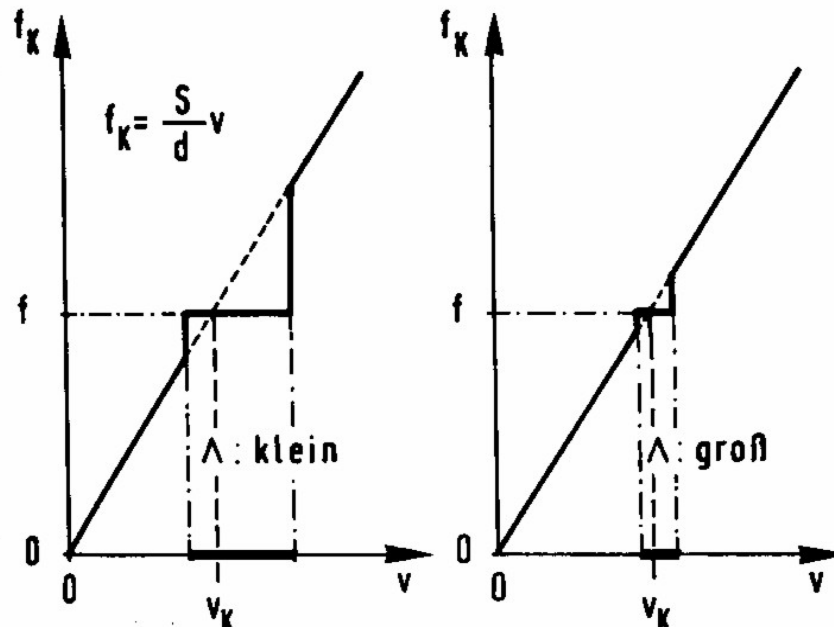
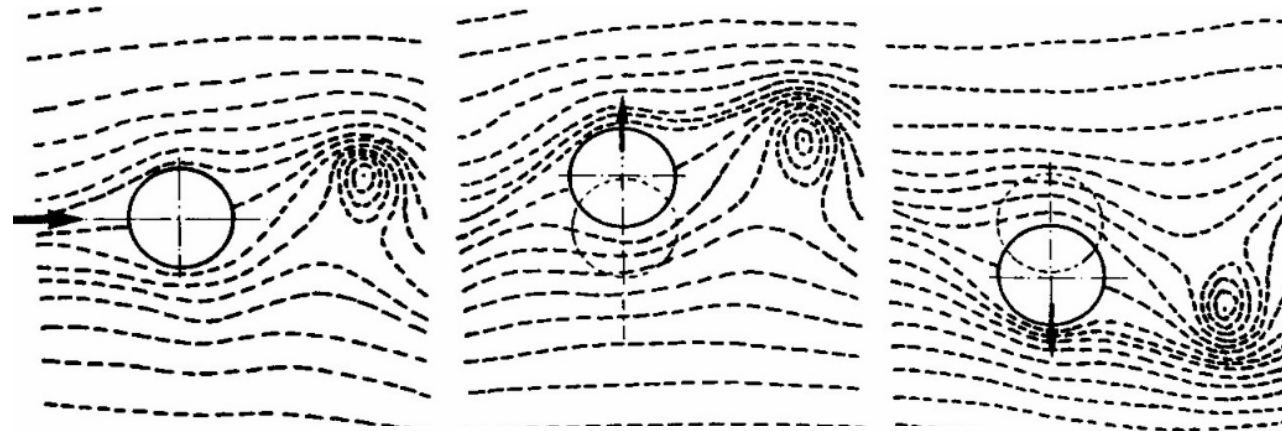
u_∞ Ungestörte Anströmgeschwindigkeit



Lock-In:

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung





Wirbelerregte Querschwingungen

- Wirbelerregte Querschwingungsamplitude nach DIN EN 1991-1-4

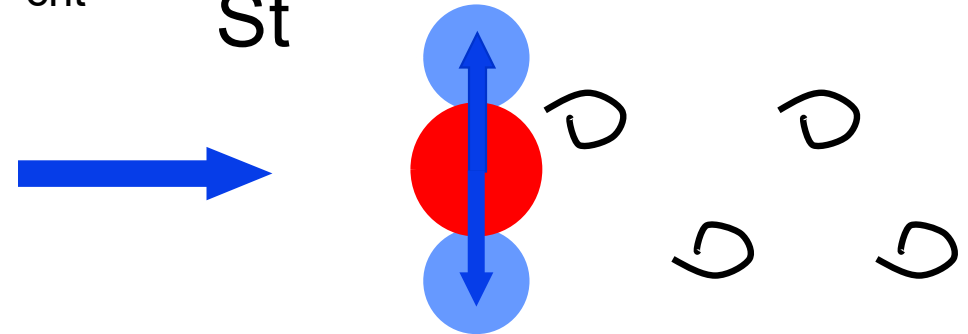
$$\max y = b \cdot K \cdot K_w \cdot c_{lat} \cdot \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc}$$

- Strouhalzahl St

$$St = \frac{f_w \cdot b}{v} \quad \text{bzw.} \quad v_{crit} = \frac{f_e \cdot b}{St}$$

- Scrutonzahl Sc

$$Sc = \frac{2 \cdot m \cdot \delta}{\rho \cdot b^2}$$



→ Höhere Dämpfung senkt die ermüdungsrelevante Beanspruchung



3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

- **Kreiszyylinder:**

- **Ablösefrequenzen abhängig von der Reynoldszahl Re**

$$Re = \frac{b \cdot u}{\nu}, \quad \nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$

- **St liegt im Bereich 0,2 bis 0,3, die größten Erregerkräfte ergeben sich bei $St=0,2$; daher wird für baupraktische Nachweise $St=0,2$ angesetzt.**

- **die kritische Windgeschwindigkeit:**

- **Wirbelablösefrequenz** $St = \frac{b \cdot f_w}{u_\infty} \rightarrow f_w = \frac{St \cdot u_\infty}{b}$

- **Resonanz, wenn** $f_w = f_e \rightarrow u_{krit} = \frac{b \cdot f_e}{St}$



- **Aerodynamische Erregerkräfte sind abhängig von:**
 - **Querschnittsform**
 - **Anströmrichtung**
 - **y/b**
 - **Schwingungsform (angeregter Mode)**
 - **Re**
 - **St**
 - **Schlankheit H/b bzw. L/b**
 - **Turbulenzgrad**
 - **Interferenzeffekten**
 - **Geschwindigkeitsverteilung der Anströmung $u(x)$ (Kreuzkorrelation)**



3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

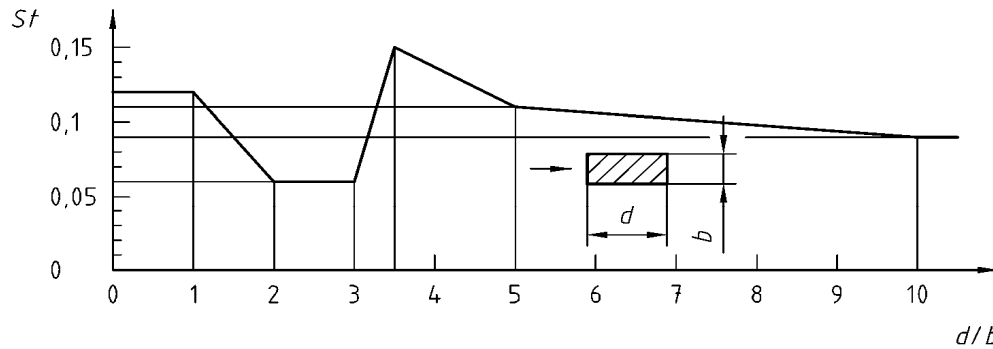
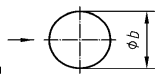
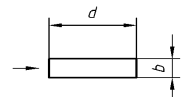
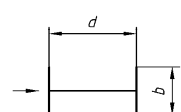
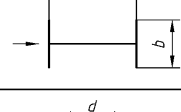
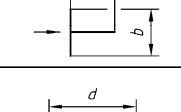
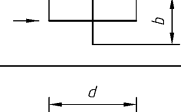
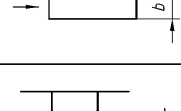
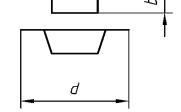
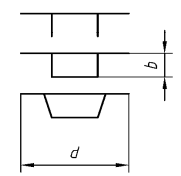


Bild D.1 — Strouhalzahl St für scharfkantige rechteckige Querschnittsformen

Tabelle D.1 — Strouhalzahl St und Grundwert des aerodynamischen Erregerkraftbeiwertes $c_{lat,0}$ für verschiedene Querschnittsformen

Querschnittsform	St	$c_{lat,0}$	
 für alle Reynoldszahlen	0,18	aus Bild D.2	
 $0,5 \leq d/b \leq 10$	aus Bild D.1	1,1	
 $d/b = 1$ $d/b = 1,5$	0,11	0,8	
	0,10	1,2	
 $d/b = 2$	0,14	0,3	
 $d/b = 1$ $d/b = 2$	0,13	1,6	
 $d/b = 2$	0,08	2,3	
 $d/b = 1$ $d/b = 2$	0,16	1,4	
 $d/b = 1,3$ $d/b = 2,0$	0,11	0,8	
Brücken 	$d/b \leq 5$	0,15	$0,12 d/b$
	$5 < d/b < 10$	$\frac{1}{1,1 \times \frac{d}{b} + 1}$	$5 \times \frac{d}{b} \times \left(\frac{1}{1,1 \times \frac{d}{b} + 1} \right)^2$
	$d/b \geq 10$	0,083	$0,035 d/b$

Zwischenwerte sind linear zu interpolieren.



3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

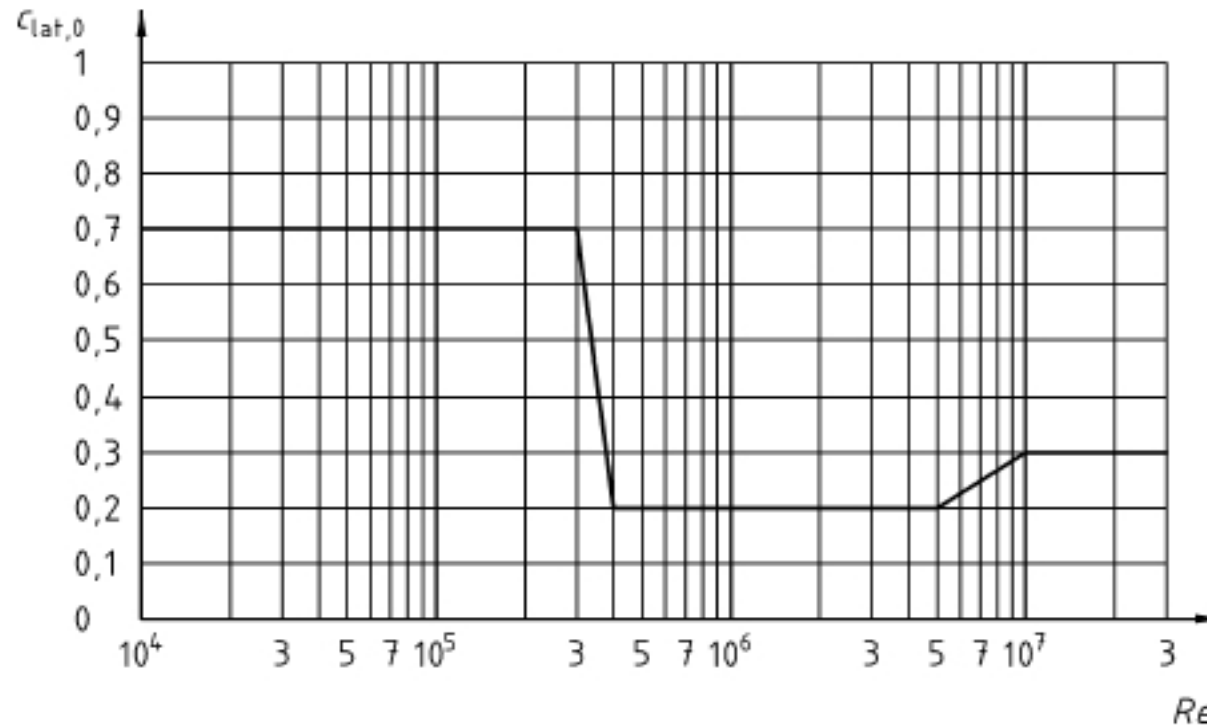


Bild D.2 — Grundwert des aerodynamischen Erregerkraftbeiwertes $c_{lat,0}$ für Kreiszyylinder in Abhängigkeit von der Reynoldszahl Re (v_{crit})

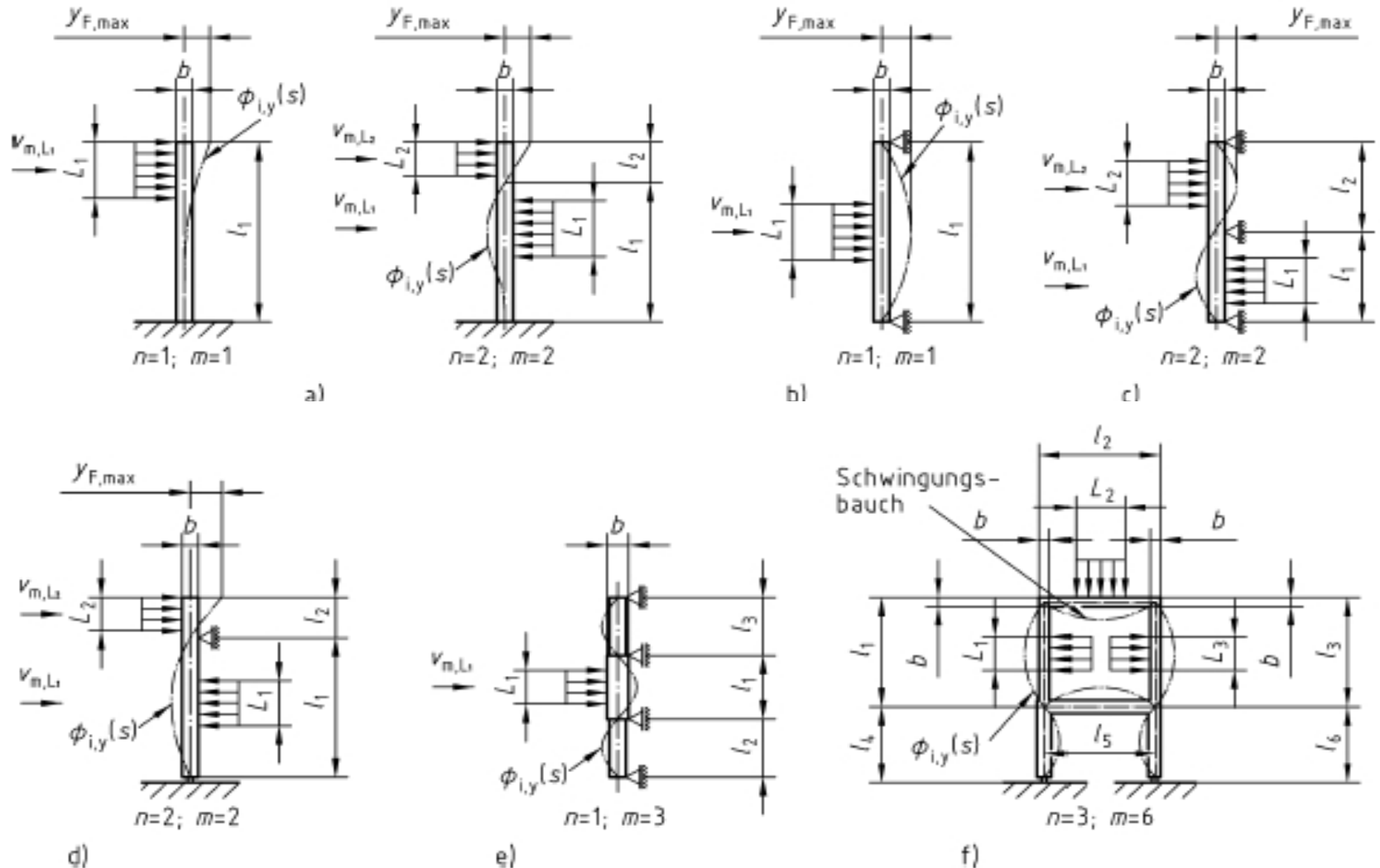
$$Re = \frac{b \cdot u}{\nu}, \quad \nu = 1,5 \cdot 10^{-5} \frac{m^2}{s}$$



• **Wirklängen**

3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung





3 Einwirkungsmechanismen

Wirbelerregung

• **Wirklängen**

Tabelle D.3 — Wirklänge L_j in Abhängigkeit von der Schwingwegamplitude $y_{F,j}$

$y_{F,j} / b$	L_j / b
$< 0,1$	6
$0,1 \dots 0,6$	$4,8 + 12 \times \frac{y_{F,j}}{b}$
$> 0,6$	12

• **aerodynamische Erregerkraftbeiwerte**

Tabelle D.2 — Aerodynamischer Erregerkraftbeiwert c_{lat} in Abhängigkeit vom Verhältnis der kritischen Windgeschwindigkeit zur mittleren Windgeschwindigkeit $v_{crit,i} / v_{m,L,j}$

Kritisches Windgeschwindigkeitsverhältnis	c_{lat}
$\frac{v_{crit,i}}{v_{m,L,j}} \leq 0,83$	$c_{lat} = c_{lat,0}$
$0,83 \leq \frac{v_{crit,i}}{v_{m,L,j}} \leq 1,25$	$c_{lat} = \left(3,0 - 2,4 \times \frac{v_{crit,i}}{v_{m,L,j}} \right) \times c_{lat,0}$
$1,25 \leq \frac{v_{crit,i}}{v_{m,L,j}}$	$c_{lat} = 0$
Mit:	$c_{lat,0}$ Grundwert des Erregerkraftbeiwertes c_{lat} nach Tabelle D.1 bzw. Bild D.2; $v_{crit,i}$ kritische Windgeschwindigkeit nach Gleichung (D.1); $v_{m,L,j}$ mittlere Windgeschwindigkeit nach Tabelle B.2 bzw. B.3, die je Jahr mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,02 überschritten wird, in der Mitte der Wirklänge nach D.2.6.



• **Lastansatz:**

- **Resonante Linienlast** $p(t) = c_{lat} \cdot d \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_{krit}^2 \cdot \sin(2\pi \cdot f_e \cdot t)$, auf L_i
- **y/b überprüfen, u. U. L_i anpassen**

• **Anzahl N der Spannungsschwingspiele (DIN EN 1991-1-4, E.1.5.2.6):**

- **Zur Eigenform i :**
$$N_i = 6,3 \cdot 10^7 T_{ges} f_i \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{u_{krit,i}}{0,2 \cdot u_{m,j}} \right)^2 \cdot e^{-\left(\frac{u_{krit,i}}{0,2 \cdot u_{m,j}} \right)^2}$$
$$\geq 200 \cdot T_{ges}$$

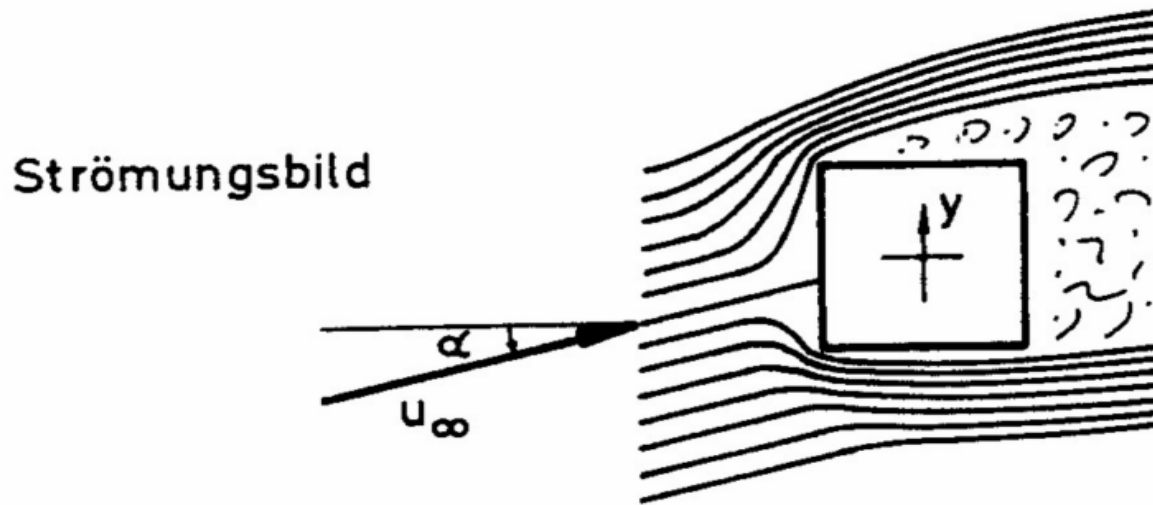
T_{ges} in Jahren

- **Bei Dauerfestigkeitsnachweis Schädigungen aufaddieren!**

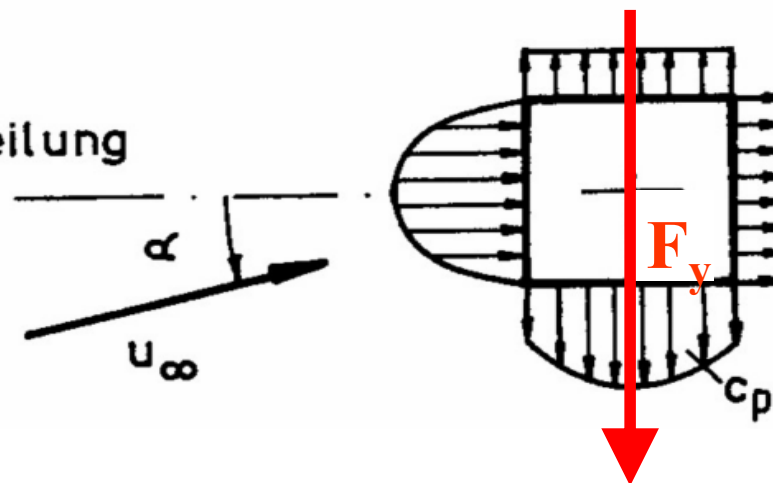


3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen
(Biegung und Torsion)



stationäre
Druckverteilung



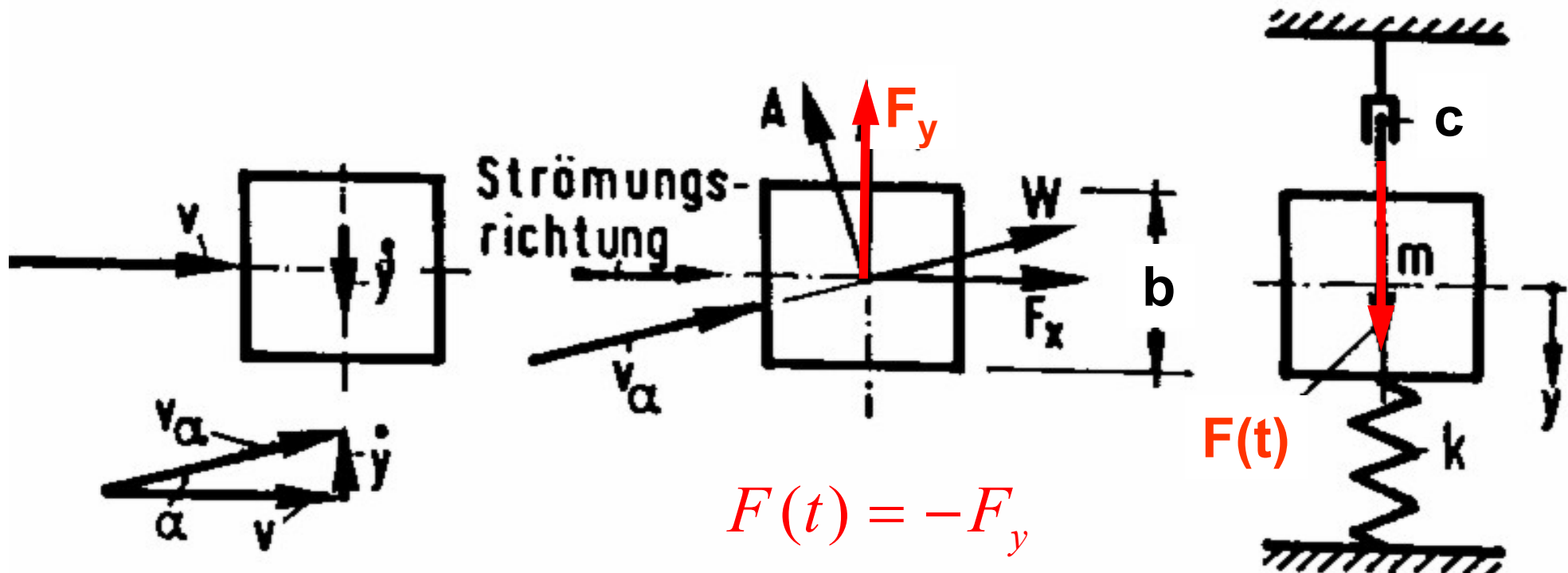


3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen
(Biegung und Torsion)

• Mechanismus

- Querschnitt schwingt
- Schwinggeschwindigkeit entspricht Anströmgeschwindigkeit





3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen (Biegung und Torsion)

• Lastmodell

- **selbsterregte Kraft:** $F_y(\alpha) = c_y \cdot q \cdot b$

- **Annahme kleiner Winkel:** $\tan \alpha = \frac{\dot{y}}{u_\infty} \rightarrow \alpha \approx \frac{\dot{y}}{u_\infty}$

$$F(t) = -F_y(\alpha) = -c_y \cdot q \cdot b = -\left. \frac{dc_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \cdot \alpha \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty^2 \cdot b = -\left. \frac{dc_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0} \cdot \frac{\dot{y}}{u_\infty} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty^2 \cdot b$$

- **Derivativ:** $\sigma = -\left. \frac{dc_y}{d\alpha} \right|_{\alpha=0}$

$$F(t) = \sigma \cdot \dot{y} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty \cdot b$$



3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen
(Biegung und Torsion)

- **Stabilitätskriterium:**

- **Gleichgewicht:**
$$M\ddot{y} + C\dot{y} + Ky = \sigma \cdot \dot{y} \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty \cdot b$$

$$M\ddot{y} + \left\{ C - \sigma \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty \cdot b \right\} \dot{y} + Ky = 0$$

- **Instabilität, wenn**
$$C - \sigma \cdot \frac{\rho}{2} \cdot u_\infty \cdot b \leq 0$$

- **kritische Windgeschwindigkeit:**
$$u_{krit} = \frac{2 \cdot C}{\sigma \cdot \rho \cdot b} = \frac{4 \cdot m \cdot \Lambda \cdot f}{\sigma \cdot \rho \cdot b} = \frac{4 \cdot m \cdot \Lambda}{\rho \cdot b} \frac{f}{\sigma}$$

- **Scrutonzahl:**
$$Sc = \frac{2 \cdot m \cdot \Lambda}{\rho \cdot b^2}$$
 , bezogen auf einen lf. Meter

- **kritische Windgeschwindigkeit:**
$$u_{krit} = Sc \frac{2 \cdot b \cdot f}{\sigma}$$

- **Nachweis nach DIN EN 1991-1-4:**
$$u_{krit} = u_{CG} \geq 1,25 \cdot u_m(z)$$



3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen

Tabelle E.1 — Stabilitätsbeiwert für Galloping a_G

• **Derivative**

σ oder a_G

Querschnitt	Stabilitätsbeiwert a_G	Querschnitt	Stabilitätsbeiwert a_G		
	Eis an Kabeln	1,0		1,0	
	$d/b = 2,0$	2,0		$d/b = 2,0$	0,7
	$d/b = 1,5$	1,7		$d/b = 2,7$	5,0



3 Einwirkungsmechanismen

Galloping Schwingungen
(Biegung und Torsion)

• **Derivative**

σ oder a_G

		a_G		σ		a_G	
	$d/b = 1,5$	1,7		$d/b = 2,7$	5,0		
	$d/b = 1,0$	1,2		$d/b = 5,0$	7,0		
	$d/b = 2/3$	1,0		$d/b = 3,0$	7,5		
	$d/b = 1/2$	0,7		$d/b = 3/4$	3,2		
	$d/b = 1/3$	0,4		$d/b = 2,0$	1,0		

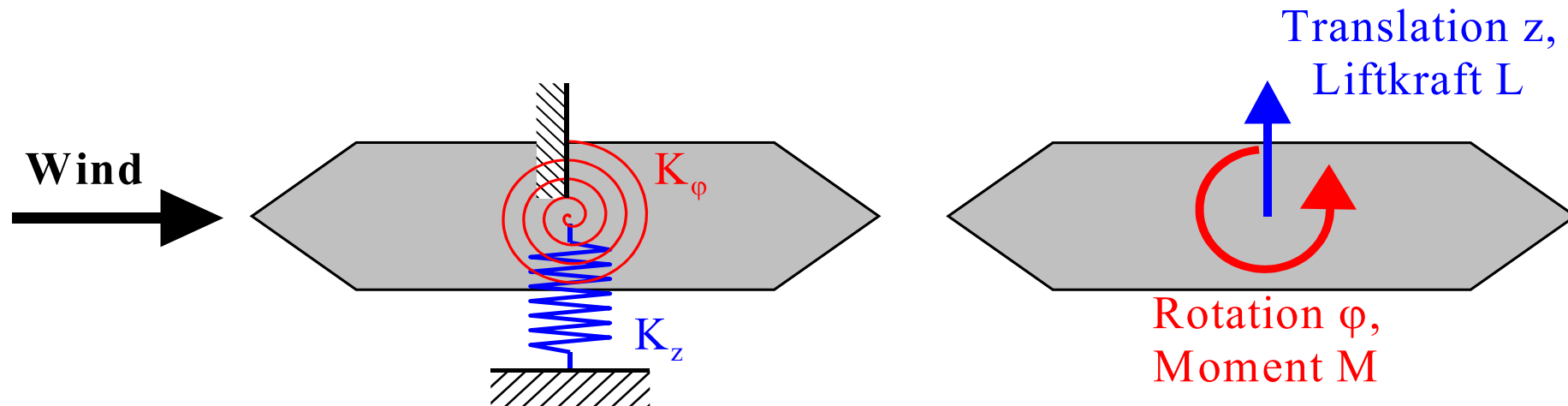


3 Einwirkungsmechanismen

Flattern

• **Mechanismus:**

- **Bewegungsinduzierte (selbsterregte) Schwingung**
- **2 FHG: Kopplung von Biegung und Torsion**





Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Flattern





3 Einwirkungsmechanismen

Flattern

• Lastmodell nach Scanlan:

- **Liftkraft** $L = \frac{1}{2} \rho u^2 2B \left\{ K H_1^* \frac{\dot{z}}{u} + K H_2^* \frac{B\dot{\varphi}}{u} + K^2 H_3^* \varphi + \frac{K^2}{B} B H_4^* z \right\}$
- **Moment** $M = \frac{1}{2} \rho u^2 2B^2 \left\{ K A_1^* \frac{\dot{z}}{u} + K A_2^* \frac{B\dot{\varphi}}{u} + K^2 A_3^* \varphi + \frac{K^2}{B} A_4^* z \right\}$
- **reduzierte Frequenzen** $K_z = \frac{B \cdot \omega_z}{u}; \quad K_\varphi = \frac{B \cdot \omega_\varphi}{u}$
- **reduzierte Geschwindigkeiten** $u_{red,z} = \frac{u}{B \cdot f_z}; \quad u_{red,\varphi} = \frac{u}{B \cdot f_\varphi}$

Achtung: es gibt auch Formulierungen ohne 2

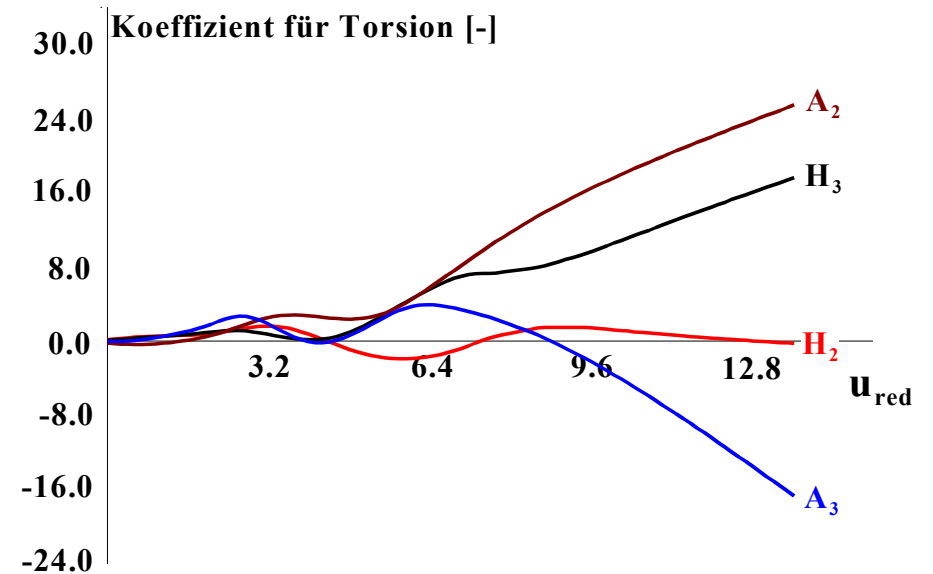
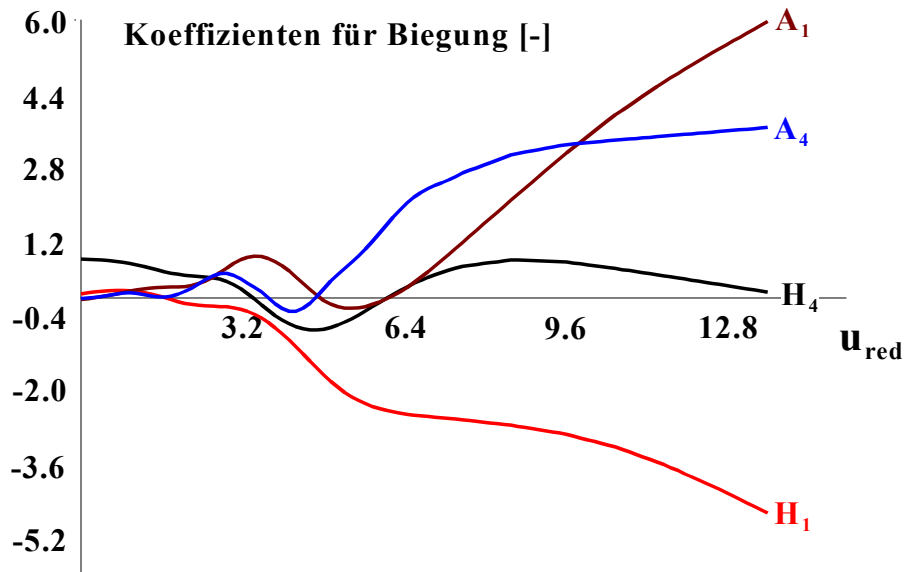


3 Einwirkungsmechanismen

Flattern

• **Flutterderivative:**

- **frequenzabhängige Querschnittseigenschaften**





• **Bewegungs-DGL:**

- **aeroelastischer Kraftvektor**

$$P_{aer}(t, x, \dot{x}) = \begin{bmatrix} L \\ M \end{bmatrix}$$

- **Gleichgewicht**

$$F_M + F_C + F_K = P_{aer}(t, x, \dot{x})$$

- **Umformung: aeroelastische Steifigkeit und Dämpfung werden auf die linke Seite gebracht**

$$M \cdot \ddot{x} + (C - C_{aero}) \cdot \dot{x} + (K - K_{aero}) \cdot x = 0$$



• **Sonderfälle: Biegegalloping**

• **Betrachtet wird ausschließlich die Biegung:**

$$m \cdot \ddot{w} + C_z \cdot \dot{z} + K_z \cdot w = \frac{1}{2} \rho u^2 2B \left\{ KH_1^* \frac{\dot{w}}{u} + \frac{K^2}{B} H_4^* w \right\}$$

$$C_{ges} = C_z - C_{aero} = C_z - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B \cdot K \cdot H_1^*$$

• **Instabilität:**

$$C_{ges} = C_z - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B \cdot K \cdot H_1^* \leq 0$$

$$2m\omega\xi - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B \cdot \frac{B\omega}{u} \cdot H_1^* \leq 0$$

$$\frac{2m\xi}{\rho B^2} - H_1^* \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2m\xi}{\rho B^2} \leq H_1^*$$



3 Einwirkungsmechanismen

Flattern

- **Sonderfälle: Torsionsgalloping**

- **Betrachtet wird ausschließlich die Torsion:**

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} + C_{\varphi} \cdot \dot{\varphi} + K_{\varphi} \cdot \varphi = \frac{1}{2} \rho u^2 2B^2 \left\{ KA_2^* \frac{B\dot{\varphi}}{u} + KA_3^* \varphi \right\}$$

$$C_{ges} = C_{\varphi} - C_{aero} = C_{\varphi} - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B^3 \cdot K \cdot A_2^*$$

- **Instabilität:**

$$C_{ges} = C - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B^3 \cdot K \cdot A_2^* \leq 0$$

$$2\Theta \omega \xi - \frac{1}{2} \rho \cdot u \cdot 2B^3 \cdot \frac{B\omega}{u} \cdot A_2^* \leq 0$$

$$\frac{2\Theta \xi}{\rho B^4} - A_2^* \leq 0 \quad \Rightarrow \quad \frac{2\Theta \xi}{\rho B^4} \leq A_2^*$$



- **Sonderfälle: Torsionsdivergenz:**

- **Betrachtet wird ausschließlich die Torsion:**

$$\Theta \cdot \ddot{\varphi} + C_{\varphi} \cdot \dot{\varphi} + K_{\varphi} \cdot \varphi = \frac{1}{2} \rho u^2 2B^2 \left\{ KA_2^* \frac{B\dot{\varphi}}{u} + KA_3^* \varphi \right\}$$

- **Instabilität, wenn die effektive Steifigkeit < 0 wird!**

$$K_{\varphi} - \frac{1}{2} \rho u^2 2B^2 \frac{B\omega}{u} A_3^* = 0$$

$$\frac{K_{\varphi}}{\rho B^3 \omega} - A_3^* \leq 0$$

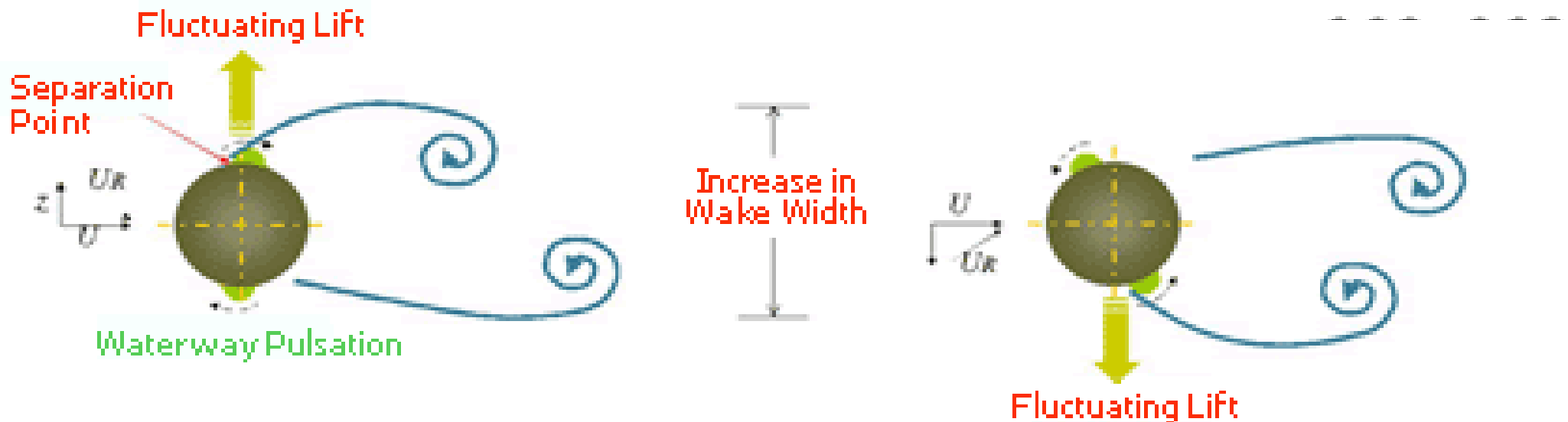


3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte
Schwingungen

• **Mechanismus:**

- Bei Regen läuft ein Rinnsal am Seil entlang.
- Seil wird durch Wind angeregt und schwingt.
- Rinnsal wandert auf dem Umfang hin und her, daraus werden **Kräfte induziert. Selbsterregte / Bewegungsinduzierte Kräfte**





Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte
Schwingungen





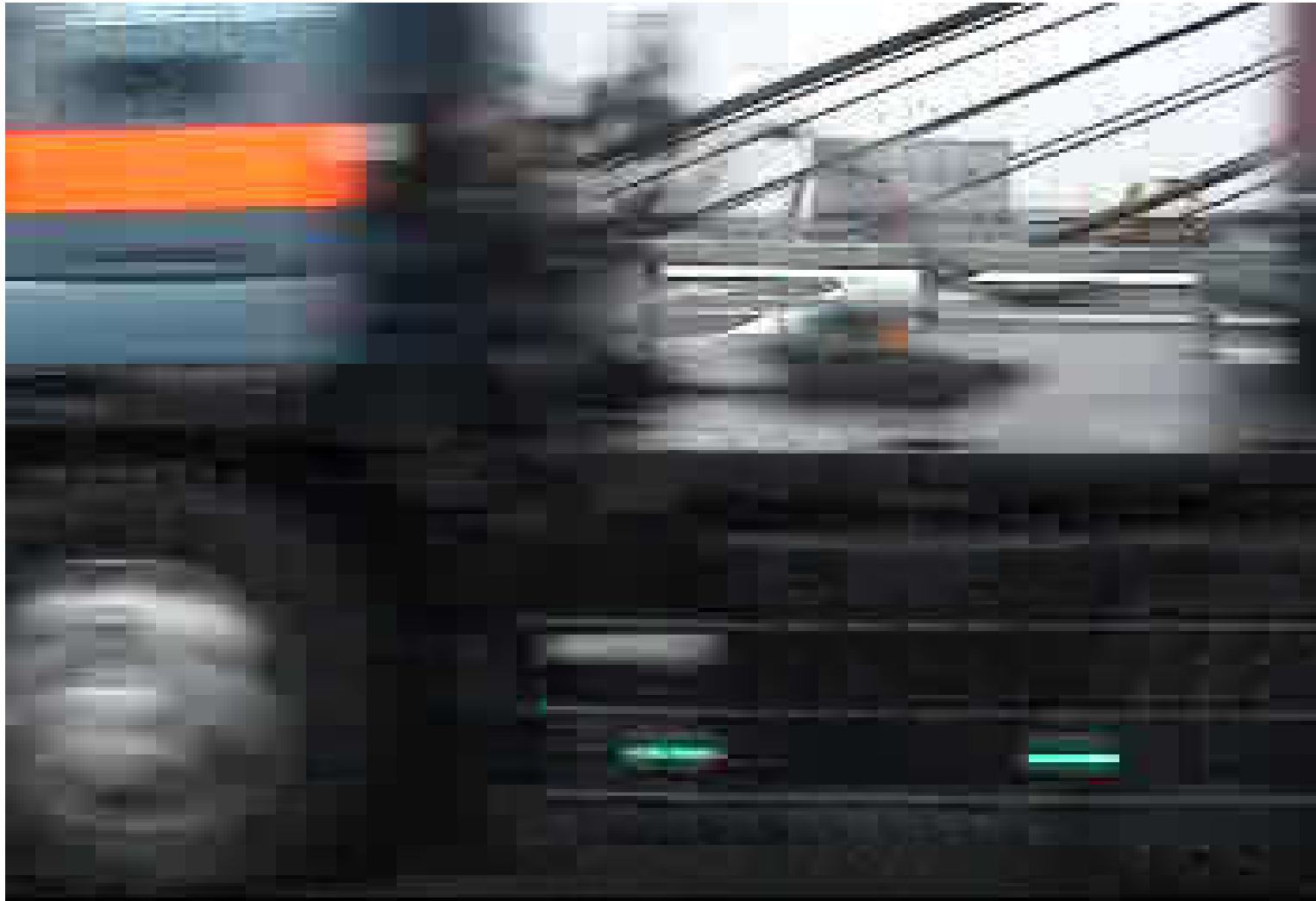
Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte Schwingungen

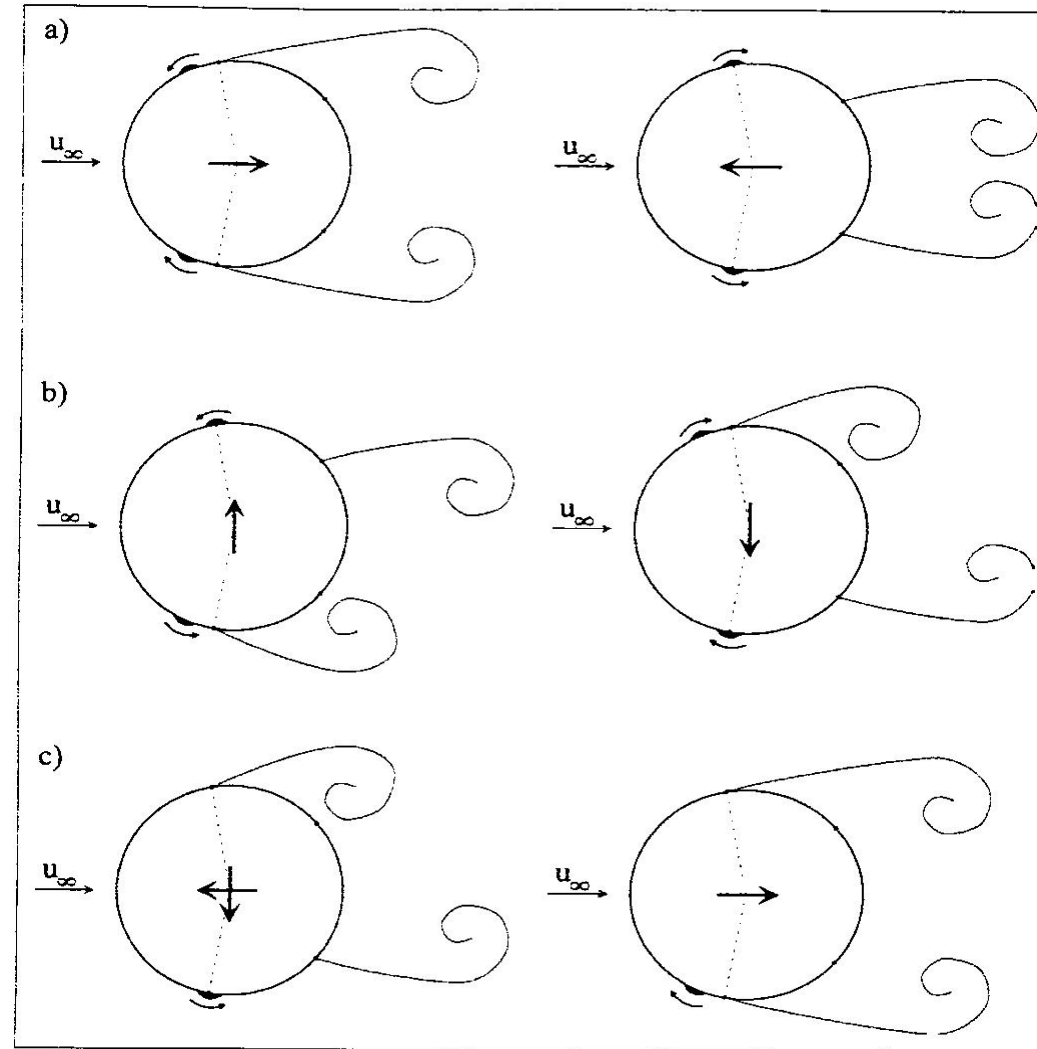




3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte
Schwingungen

• **Mechanismus:**



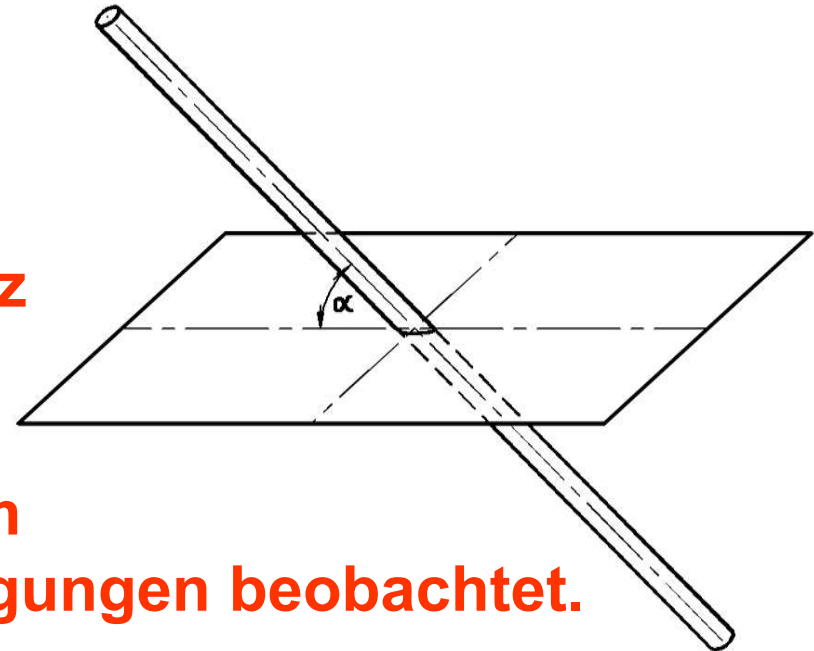


3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte
Schwingungen

- **Einflussparameter:**

- **Windgeschwindigkeit**
- **Windrichtung**
- **Eigenfrequenz: kritisch für $f < 6,5$ Hz**
- **Dämpfung, i. Allg. $\Lambda = 0,0015$**
- **Seilneigung α**
- **Seildurchmesser: unterhalb 70 mm**
wurden bisher keine R-/W-Schwingungen beobachtet.

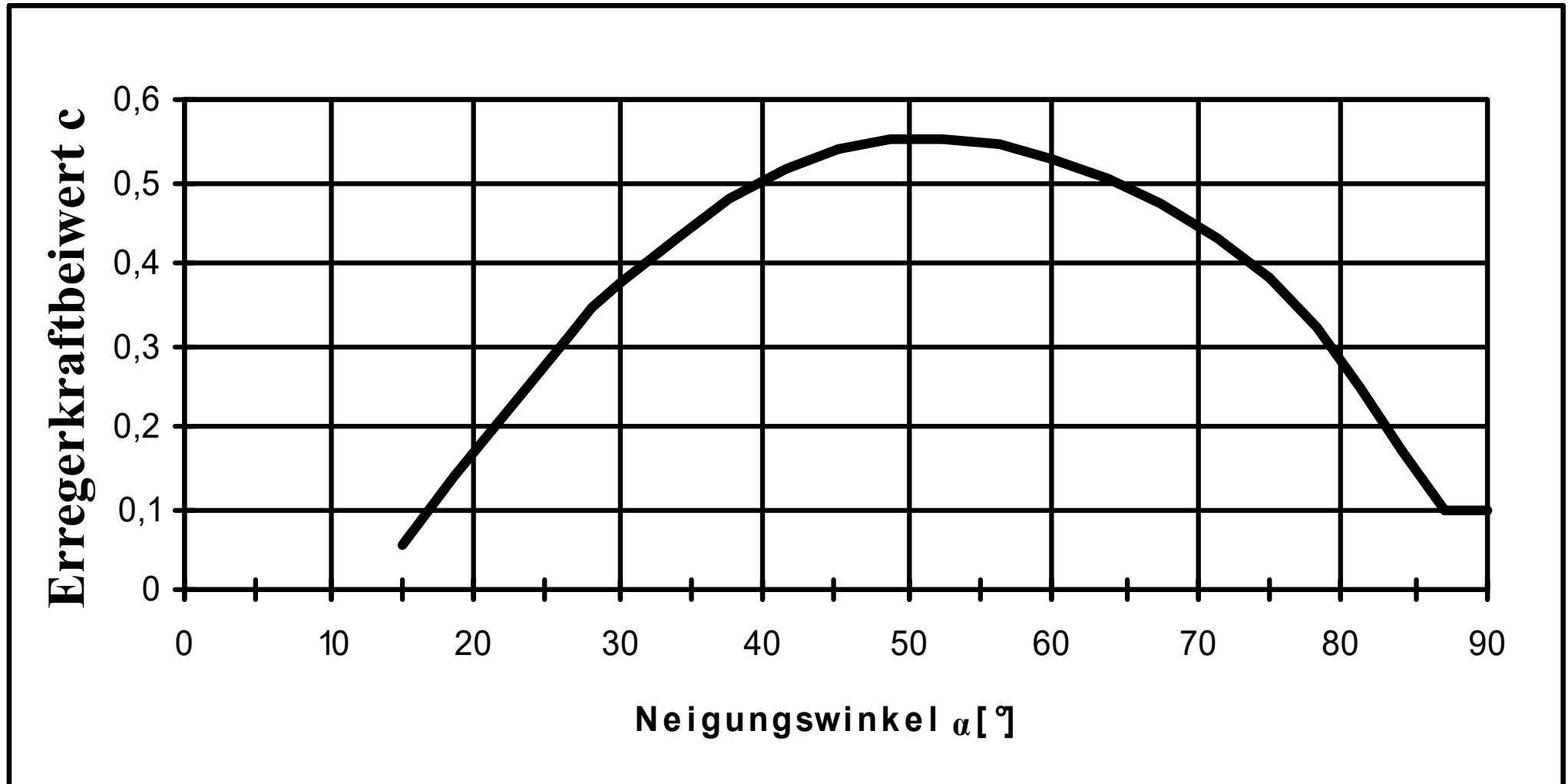


Nachweis nach DIN Fachbericht 103, Anhang F



3 Einwirkungsmechanismen

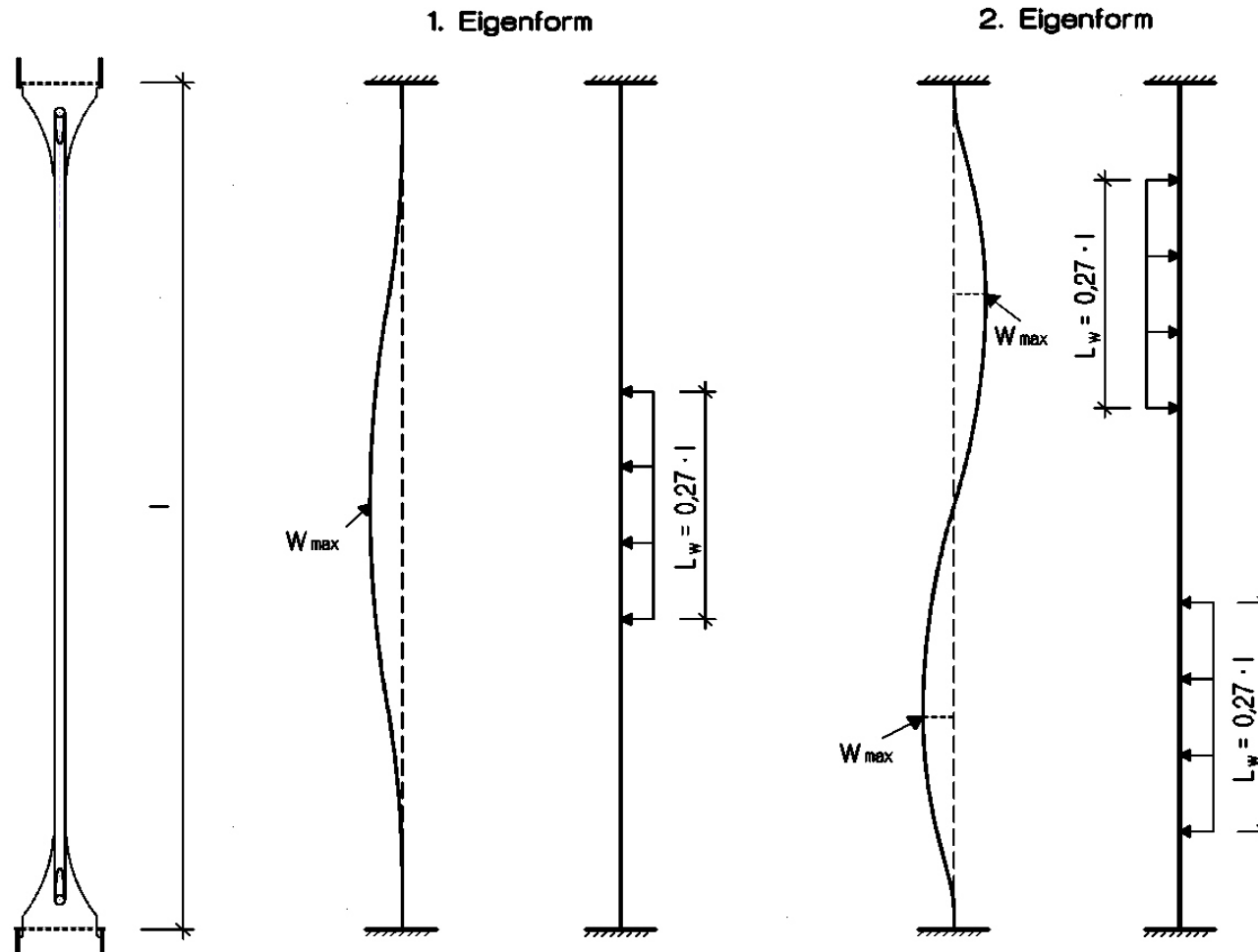
Regen- Wind-induzierte
Schwingungen





3 Einwirkungsmechanismen

Regen- Wind-induzierte Schwingungen





Industrieschornsteine

- **spezielle Literatur / Regelwerke**

- **Petersen: Stahlbau**
- **DIN 4133, 1991-11: Schornsteine aus Stahl**

- **baudynamische Nachweise:**

- **Böenreaktion**
- **Wirbelerregte Querschwingungen**
- **Interferenzgalloping:**

selbsterregte Schwingung, die auftreten kann, wenn mehrere Zylinder mit geringem Abstand von einander angeordnet sind, ohne untereinander gekoppelt zu sein.

- **Klassisches Galloping:**
Kann bei gekoppelten Zylindern auftreten.
- **Berechnung von Schalenschwingungen**



Industrieschornsteine

• **Dämpfungswerte (nach DIN 1055-4, Anhang F.5 / EC1-2-4)**

$$\Lambda = a_1 \cdot f_1 + b_1$$

Bauwerkstyp	a_1	b_1
Massiv-Schornstein	0,075	0
Nicht isolierter Stahlschornstein	0	0,015
Stahlschornstein mit Isolierung oder einem Innenrohr	0	0,025
Ausgemauerte Stahlschornsteine	0	0,07
Abgespannte Stahlschornsteine ohne Innenrohr	0	0,04



Industrieschornsteine

- Dämpfungswerte (nach DIN EN 1991-1-4 + NA)

Tabelle F.2 — Näherungswerte für das logarithmische Dämpfungsdekrement δ_s von Bauwerken für die Grundschwingungsform

Bauwerkstyp		Bauwerksdämpfung δ_s
Gebäude in Stahlbetonbauweise		0,10
Gebäude in Stahlbauweise		0,05
Gebäude in gemischter Bauweise (Stahl und Beton)		0,08
Türme und Schornsteine aus Stahlbeton		0,03
geschweißte Stahlschornsteine ohne außenliegende Wärmedämmung		0,012
geschweißte Stahlschornsteine mit außenliegender Wärmedämmung		0,020
Stahlschornsteine mit einem Innenrohr und mit außenliegender Wärmedämmung ^a	$h/b < 18$	0,020
	$20 \leq h/b < 24$	0,040
	$h/b \geq 26$	0,014
Stahlschornsteine mit zwei oder mehr Innenrohren und mit außenliegender Wärmedämmung ^a	$h/b < 18$	0,020
	$20 \leq h/b < 24$	0,040
	$h/b \geq 26$	0,025

$$\delta = \delta_s + \delta_a + \delta_d$$



Industrieschornsteine

• **Dämpfungswerte (nach DIN EN 1991-1-4 + NA)**

$$\delta = \delta_s + \delta_a + \delta_d$$

Stahlschornsteine mit innenliegender Mauerwerksschale		0,070
Stahlschornsteine mit innenliegender Spritzbetonschale		0,030
gekoppelte einschalige Stahlschornsteine		0,015
abgespannte einschalige Stahlschornsteine		0,04
Stahlbrücken und Türme in Stahlfachwerkbauweise	geschweißt	0,02
	Vorgespannte Schrauben	0,03
	rohe Schrauben	0,05
Verbundbrücken		0,04
Massivbrücken	vorgespannt ohne Risse	0,04
	mit Rissen	0,10
Holzbrücken		0,06 - 0,12
Brücken aus Aluminiumlegierungen		0,02
Brücken, (glas-) faserverstärkt		0,04 - 0,08
Seile	Paralleldrahtbündel	0,006
	spiralförmig angeordnete Drähte	0,020
ANMERKUNG 1 Die Werte für Holz und Kunststoffverbundbauweisen sind nur Hinweise; Wenn die aerodynamischen Einwirkungen für die Bemessung signifikant sind, sind exaktere Schwingungsformen in Sonderuntersuchungen zu bestimmen.		
ANMERKUNG 2 Bei Schrägseilbrücken sind die Werte aus der Tabelle F.2 mit dem Faktor 0,75 zu multiplizieren.		



Brückentragwerke

- **Globale Schwingungen:**

- **Biege-Torsions-Flattern des Überbaus, wenn** $f_T / f_B < 2$
- **Galloping**
- **Torsionsdivergenz**
- **Wirbelerregte Querschwingungen des Überbaus**
- **Böen- / Turbulenzinduzierte Schwingungen**

- **Dämpfungswerte (nach DIN 1055-4, Anhang F.5 / EC1-2-4)**

Bauwerkstyp	Λ (ca.-Werte)
Stahlbrücke, geschweißt	0,02
Stahlbrücke, vorgespannte Schrauben	0,03
Verbundbrücke, Spannbetonbrücke (rissfrei)	0,04
Stahlbetonbrücke, gerissen	0,10



Brückentragwerke

• **lokale Bauteilschwingungen bei:**

- **Pylonen** (Einspannung in der Gründung berücksichtigen!)
- **Bögen** (Einspannung in der Gründung berücksichtigen!)
- **Hängern** (Hängebrücken, Bogenbrücken)
- **Schrägseilen** (Schrägseilbrücken)
- **Tragkabeln** (Hängebrücken)

wichtig: Wirbelerregte Bauteile sind *dauerfest* zu konstruieren!

Bauteil	Λ (ca.-Werte)
Betonpylon / Betonbogen	0,05 f, >0,04
Stahlpylon, geschweißt	0,02
Seile: Paralleldrathbündel	0,006
Seile: spiralförmig angeordnete Drähte	0,02
Zugstäbe, geschweißt (Hänger)	0,0015



Bergische Universität
Wuppertal

MBING Vorlesung Sonderkapitel der Strukturdynamik

Windinduzierte Schwingungen

4 Beispielrechnungen



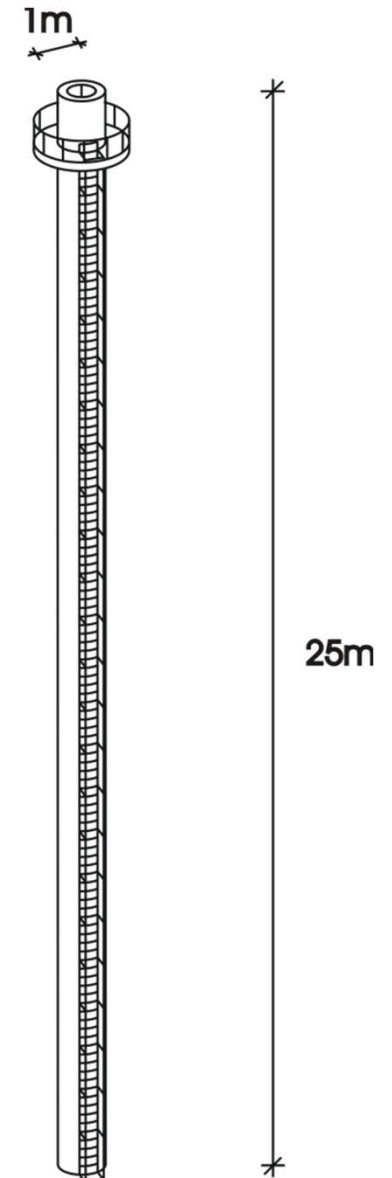
Beispielsammlung

- ▶ 1 Wirbelerregung (Schornstein, Variationen)
- ▶ 2 Wirbelerregung (Brückenhänger)
- ▶ 3 Wirbelerregung (Brückendeck)
- ▶ 4 Schrägseile - Basisparameter
- ▶ 5 Regen-Wind induzierte Schwingungen (Schrägseile)
- ▶ 6 Wirbelerregung (Schrägseile)
- ▶ 7 Galloppingschwingungen (Schrägseile - vereist)
- ▶ 8 Anzeigetafel auf Stahlbetonmast (Böenerregung)
- ▶ 9 Brückenlasten (Anmerkungen zu Lasten: nicht schwingungsanfällig)



Beispiel 1 – Schornstein - Wirbelerregung

- $h=25$ m
- Querschnittswerte:
- $b=1,0$ m
- $t=10$ mm
- $A=311$ cm²
- $W_y=7620$ cm³





Beispiel 1 – Schornstein - Wirbelerregung

Querschwingungsberechnung nach Anhang E (Verfahren 1)			
Parameter	Formel	Quelle	Wert
Eigenfrequenz	$n_1 = \frac{\varepsilon_1 \cdot b}{h_{eff}^2} \cdot \sqrt{\frac{W_s}{W_t}} = \frac{1000 \cdot 1,0}{25,0^2} \cdot \sqrt{1,0}$	F.3	1,6 Hz
äquivalente Masse	m_e	F.14	244,7 kg/m
Scrutonzahl	$Sc = \frac{2 \cdot m \cdot \delta}{\rho \cdot b^2} = \frac{2 \cdot 244,7 \cdot 0,015}{1,25 \cdot 1,0^2}$	E.4	5,9
Strouhalzahl	St	Tabelle E.1	0,18
V_{crit}	$v_{crit} = \frac{n_1 \cdot b}{St}$	Formel E.2	8,9 m/s
Reynoldszahl	$Re(v_{crit}) = \frac{v_{crit} \cdot b}{\nu} = \frac{8,9 \cdot 1,0}{15} \cdot 10^6$	Formel E.5	$5,9 \cdot 10^5$
Erregerkraftbeiwert	$C_{lat,0}$	Tabelle E.2 Bild E.2	0,2
Beiwert der Schwingungsform	K	Tabelle E.5 (Zeile 2)	0,13
Wirklängenfaktor	$K_w \text{ mit } L_j/b=6 \text{ und } \lambda=l/b=25$	E.1.5.2.4 Tabelle E.5	0,56





Beispiel 1 – Schornstein - Wirbelerregung

Querschwingungsberechnung nach Anhang E (Verfahren 1)			
Parameter	Formel	Quelle	Wert
Querschwingungsamplitude max y	$b \cdot K \cdot K_w \cdot c_{lat} \cdot \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc} = 1,0 \cdot 0,13 \cdot 0,56 \cdot 0,2 \cdot \frac{1}{0,18^2} \cdot \frac{1}{5,9}$	E.7	77mm
Trägheitslasten F_i	$m_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot n_1)^2 \cdot \Phi_i \cdot \max y = m_i \cdot (2 \cdot \pi \cdot 1,6)^2 \cdot \Phi_i \cdot 0,077$	Formel E.6	
Eigenform	$\Phi_i = \left(\frac{x_i}{h}\right)^2$		
Einspannmoment	$M = \int_0^h m(x) \cdot \omega^2 \cdot \left(\frac{x}{h}\right)^2 \cdot \max y \cdot x \, dx$		322 kNm
Biegespannung	$\sigma = \frac{M}{W_y} = \frac{322 \cdot 1000}{7620} = 42,3 \frac{N}{mm^2}$		42,3 N/mm ²
Spannungsschwingspiel	$\Delta\sigma = 2 \cdot \sigma$		84,6 N/mm ²
Lastwechsel	$N = 6,3 \cdot 10^7 \cdot T \cdot n_i \cdot \varepsilon_0 \cdot \left(\frac{v_{crit,i}}{v_0}\right)^2 \cdot e^{\left(-\left(\frac{v_{crit,i}}{v_0}\right)^2\right)} > 200 \cdot T$	Formel E.10	
Lastwechsel	$N = 6,3 \cdot 10^7 \cdot 50 \cdot 1,6 \cdot 0,3 \cdot \left(\frac{8,9}{5,4}\right)^2 \cdot e^{\left(-\left(\frac{8,9}{5,4}\right)^2\right)}$	Formel E.10	2,7*10 ⁸
Modalwert v_0	$v_0 = \frac{1}{5} \cdot v_{m,Lj} \quad ; \quad v_{m,Lj} = 25 \cdot 0,86 \cdot \left(\frac{25}{10}\right)^{0,25} = 27 \frac{m}{s}$	Anmerkung 2 zu Formel E.10	5,4 m/s





Beispiel 1 – Schornstein - Wirbelerregung

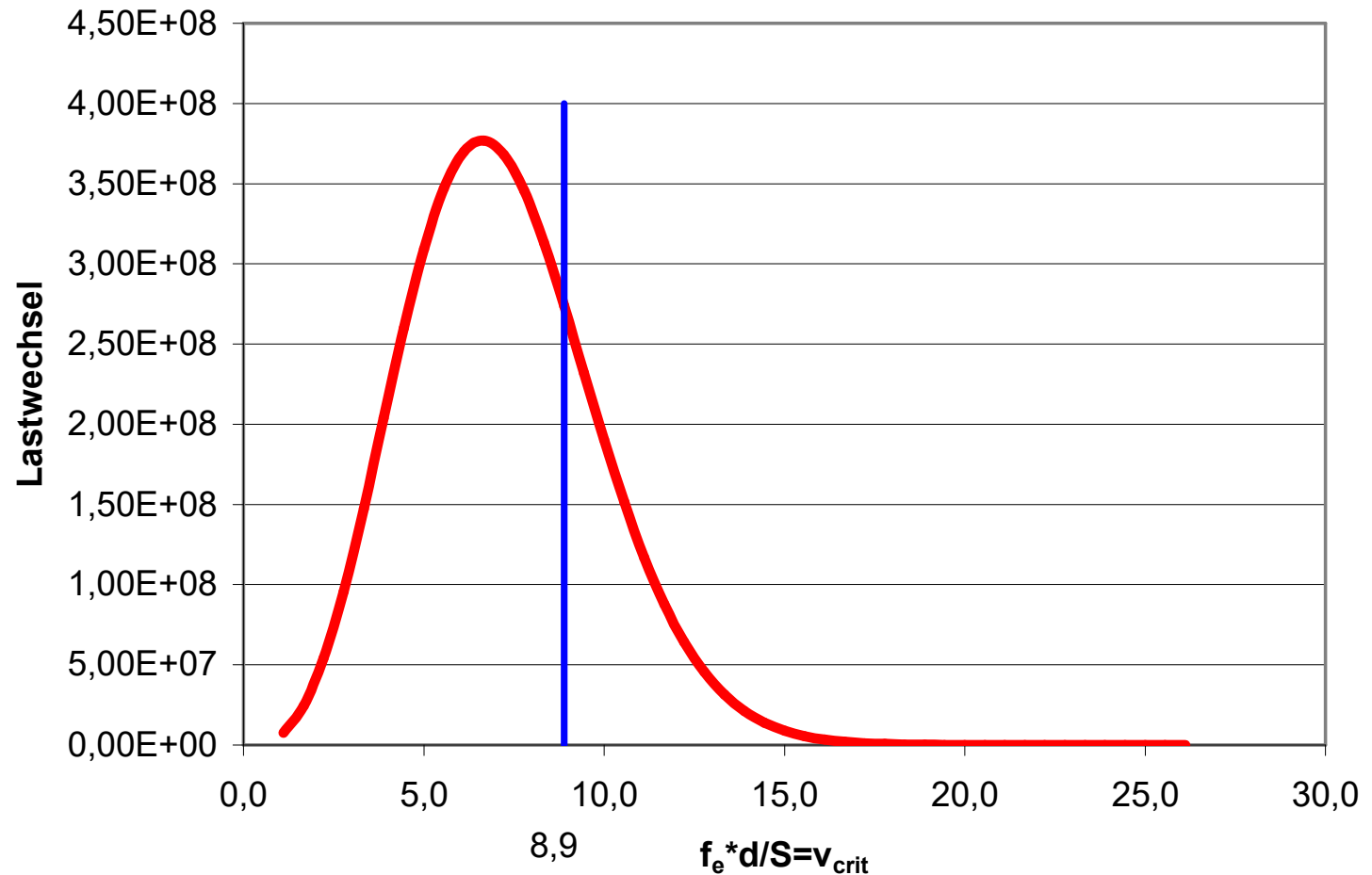
- Maßnahmen
- Anheben der Eigenfrequenz durch höhere Steifigkeit
 - ◆ → höheres v_{crit}
 - ◆ → niedrigere Lastwechsel N
 - ◆ → aber i.d.R. größere Amplituden
- Dämpfung anheben z.B. durch dynamische Schwingungsdämpfer
 - ◆ → kleinere Amplituden





Beispiel 1 – Schornstein - Wirbelerregung

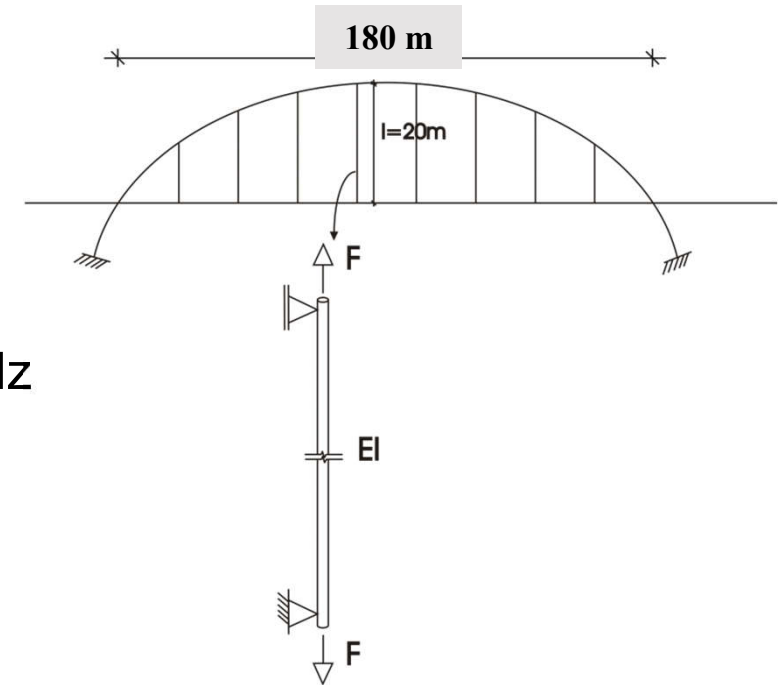
Lastwechsel





Beispiel 2 – Zugstange (Brückenhänger) - Wirbelerregung

- Zugstange (Brückenhänger)
- Kenndaten
- $d=180$ mm
- $L=20$ m
- $F=2000$ kN
- $n_1=3,5$ Hz, $n_2=7,4$ Hz..... $n_4=18,2$ Hz



Mode	n_i in Hz	v_{crit} in m/s	max y in mm
1	3,5	3,5	1,7
2	7,4	7,4	3,4
3	12,3	12,3	5,1
4	18,2	18,2	6,8
6	34,1	34,1	10,2





Beispiel 3 – Brückendeck - Wirbelerregung



- $f_e=120/L=0,6 \text{ Hz}$
- **Kastenquerschnitt mit $d=30\text{m}$ und $b=3,5\text{m}$**
- **$St=0,096$ (Tabelle D.1 DIN 1055-4, in DIN EN 1991-1-4 keine Informationen mehr enthalten)**
- **$m=17,3 \text{ t/m}$; $Sc=2*17.300*0,02/1,25/3,5^2=45,2$**
- **$c_{lat,0}=0,39$ (Tabelle D.1 DIN 1055-4, in DIN EN 1991-1-4 keine Informationen mehr enthalten)**
- **$L_j/b=6$**

$$K_w = \cos\left(\frac{\pi}{2} \cdot (1 - L_j / b / \lambda)\right) = 0,16 \quad ; \quad \lambda = 200 / 3,5 = 57,1$$

$$\max y / d = 0,1 \cdot 0,16 \cdot 0,39 \cdot \frac{1}{0,096^2} \cdot \frac{1}{45,2} = 0,015 \quad ; \quad y = 5,2 \text{ cm}$$

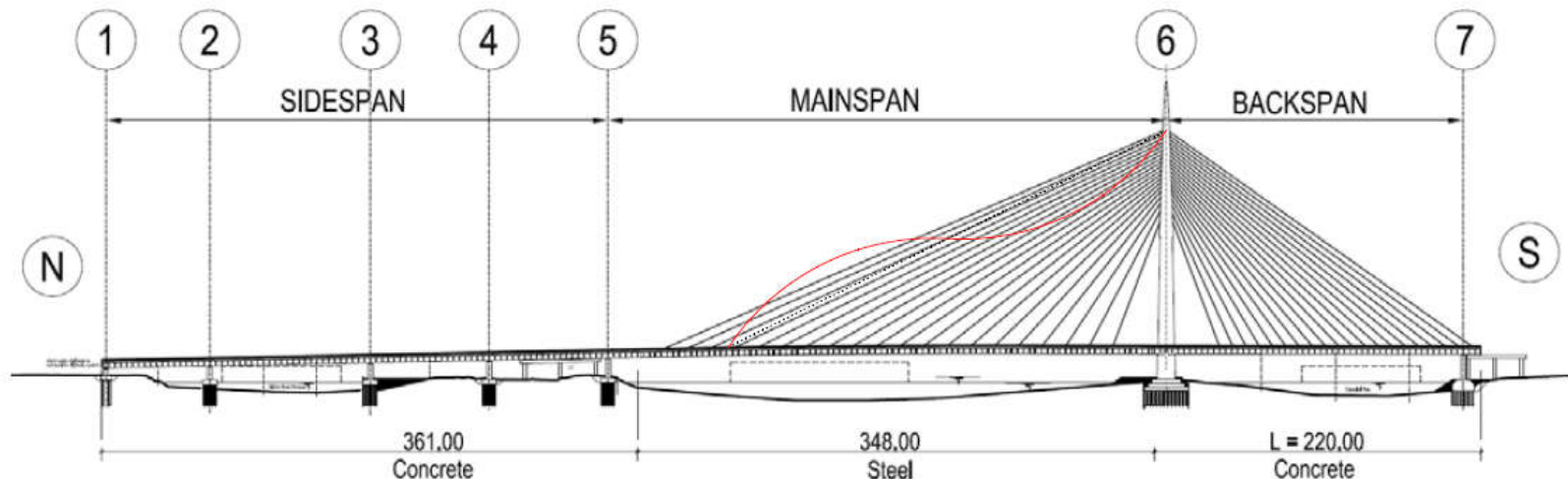




Beispiel 4 – Schrägseile - Basisparameter

Für die nachfolgenden Beispiele werden zwei Parallellitzendrahtseile der Sava-Brücke in Belgrad, mit folgenden Kenndaten betrachtet:

Seil	L	a	A_s	m	E_{eff}	P	D (Hüllrohr)	δ_s
	m	Grad	mm ²	kg/m	N/mm ²	kN	mm	
1	293,0	27,2	11250	109,2	190.000	8592	280	0,0080
2	188,5	37,8	9600	92,5	192.000	6251	250	0,0113





Beispiel 4 – Schrägseile - Basisparameter

Eigenfrequenzberechnung

- Frequenz senkrecht zur Seilebene
(= symmetrisch in Seilebene bzw.
Ergebnis nach Balken-Theorie)
- Frequenz in der Seilebene (antimetrisch)
(symmetrisch siehe z.B. Petersen)

$$f_{e,i} = \frac{i}{2} \cdot \sqrt{\frac{P}{m \cdot L^2}}$$

$$f_{e,i} = i \cdot \sqrt{\frac{P}{m \cdot L^2}}$$

mit: P = Seilkraft
 m = Seilmasse in kg/m
 L = Seillänge zwischen den Ankerpunkten

• Beispielseile

Seil	L	P	m	n ₁	n ₂	n ₃
	m	kN	kg/m	Hz	Hz	Hz
1	293,0	8592	109,2	0,48	0,96	1,44
2	188,5	6251	92,5	0,69	1,38	2,07

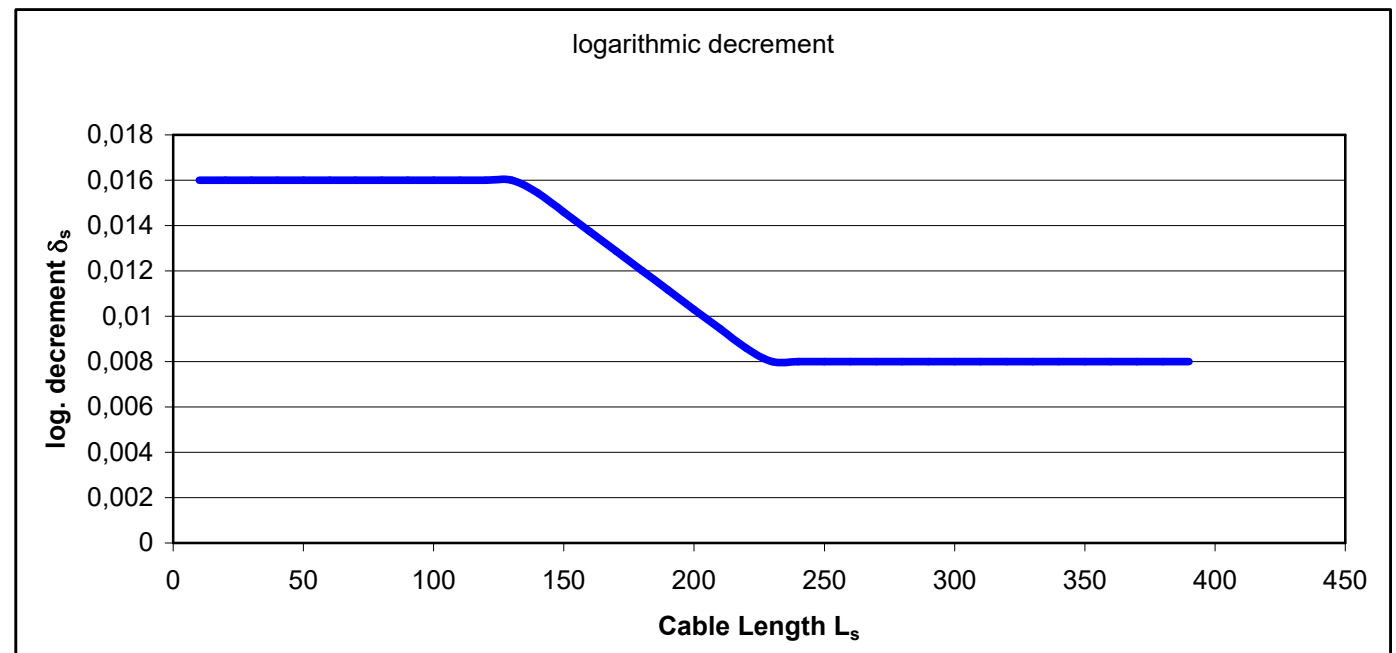




Beispiel 4 – Schrägseile - Basisparameter

- Abschätzung der Seildämpfung (empirisch)

$$\delta_s = \min \left\{ \max \left[\left(0,013 + \frac{168,5 - L_s}{116,7} \% \right); 0,008 \right]; 0,016 \right\}$$



- Andere Quellen kennen keine obere Grenze!
- Richtlinie für zugbeanspruchte Bauteile gibt $\delta_{s,\min} = 0,0015$ vor (das gilt aber nur für Zugstäbe!!)





Beispiel 4 – Schrägseile - Basisparameter

- Amplitudenbegrenzung nach fib 30
 $\max y = L/1700$

Seil	L	D	zul y fib 30	1,5 D
	m	mm	mm	mm
1	293,0	280	172	420
2	188,5	250	111	375

- Alternative Amplitudenbegrenzungen
z.B. $\max y < 1,5 D$ (aus Gebrauchstauglichkeitsgründen)





Beispiel 5 – Schrägseile – Regen-Wind

- Einsetzgeschwindigkeit $v_{crit,i} = 73,5 \cdot D \cdot \left(\frac{f_i}{f_0} \right)^{0,6}$ mit $f_0 = 1,0 \text{ Hz}$

Seil	L	D	f ₁	f ₂	f ₃	v _{crit,1}	v _{crit,2}	v _{crit,3}
	m	mm	Hz	Hz	Hz	m/s	m/s	m/s
1	293,0	280	0,48	0,96	1,44	13,2	20,0	25,6
2	188,5	250	0,69	1,38	2,07	14,7	22,3	28,4

- Einwirkungen durch Regen-Wind (f. dyn. Berechnung) $q_{dyn} = c \cdot \eta \cdot v_{crit,i}^2 \cdot \frac{1}{D} \cdot \frac{\pi}{\delta} \cdot k_{v,i}$
nach Richtlinie „...zugbeanspruchte Bauteile..“ bzw.
Anhang II-H, DIN Fachbericht 103 (streng genommen nur für Hänger)

mit: $\eta = 1,13 \cdot 10^{-5}$ (teilempirischer Wert)
 $k_{v,i}$ Faktor zur Berücksichtigung einer kontinuierlichen
 Abnahme der Erregerkraft abhängig von v
 c Erregerkraftbeiwert

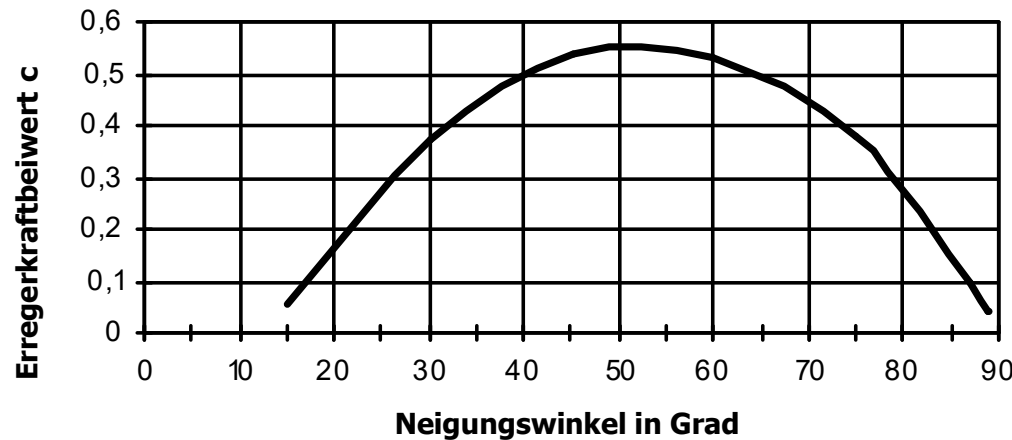
$$k_{v,i} = \frac{30 - v_{crit,i}}{10} \quad \text{für } v_{crit,i} > 20; \text{ sonst } 1,0 \quad (v_{crit,i} > 30 \text{ kein Nachweis})$$





Beispiel 5 – Schrägseile – Regen-Wind

- Erregerkraftbeiwert:



für $\alpha > 88,5^\circ$ $c = 0,04$

- Beanspruchung durch RWI Schwingungen (Last f. dyn, Berechnung gemäß Richtlinie..)

Seil	D	c	δs	$k_{v,1}$	$k_{v,2}$	$k_{v,3}$	$q_{dyn,1}$	$q_{dyn,2}$	$q_{dyn,3}$
	mm						kN/m	kN/m	kN/m
1	280	0,31	0,0080	1,00	1,00	0,44	0,9	2,0	1,4
2	250	0,44	0,0113	1,00	0,77	0,16	1,2	2,1	0,7

Achtung: q_{dyn} in DIN Fachbericht 103 ist die Last für das Statische Ersatzverfahren; diese Last ist um den Faktor 1,2 größer als die Last für dynamische Berechnungen





Beispiel 5 – Schrägseile – Regen-Wind

Abschätzen der Amplituden:

$$y_i = \frac{W_{gen,i}}{C_{gen,i}} \cdot \frac{\pi}{\delta_s} \approx \frac{q_{dyn,i} \cdot 0,27 \cdot L \cdot i}{M_{gen,i} \cdot (2\pi \cdot f_{e,i})^2}$$

$$M_{gen,i} = m \cdot \int_L \phi_i^2(x) dx = \frac{1}{2} \cdot m \cdot L \quad \text{mit } \phi_i(x) = \sin(i\pi \frac{x}{L})$$

Seil	Mgen	Fgen,1	Fgen,2	Fgen,3	y ₁	y ₂	y ₃
	kg	kN	kN	kN	mm	mm	mm
1	15998	68,3	312,5	339,4	472	118	52
2	8718	61,3	217,4	108,5	375	94	42

Erforderliche Dämpfung:

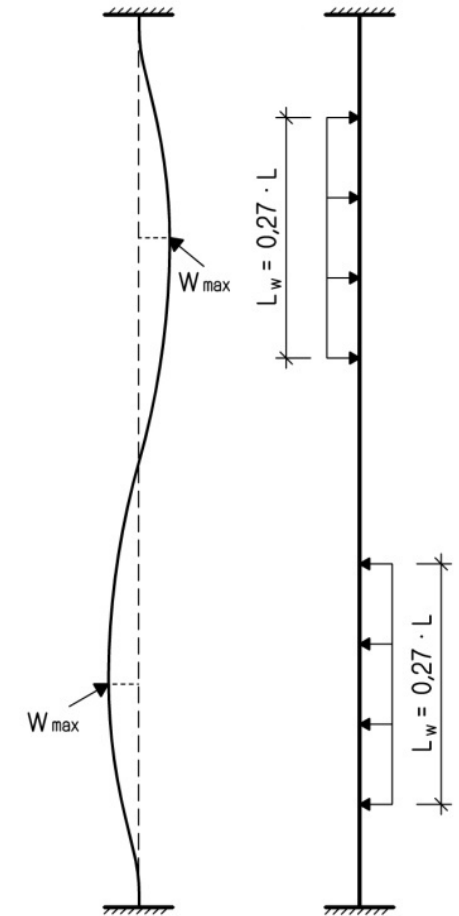
$$erf \delta = \delta \cdot \frac{y_{max}}{y_{zul}}$$

Ergebnis für stat.

Ersatzlast (1,2-fach)

Seil	erf δ	erf Δδ
1	0,0090	0,001
2	0,0113	0,000

Seil	erf δ	erf Δδ
1	0,0108	0,0028
2	0,0135	0,0022





Beispiel 5 – Schrägseile – Regen-Wind

- Alternative (Jones et. al):
direkte Berechnung der erforderlichen Dämpfung

$$\delta_{\min, RWI} = \frac{2 \cdot \pi \cdot Sc_{\min} \cdot \rho_a \cdot D^2}{m}$$

- Mit $Sc_{\min} = 5$

Seil	$\delta_{\min, RWI}$	$\Delta\delta_{\min, RWI}$
1	0,0282	0,0202
2	0,0265	0,0152

- Fazit: Abschätzung der RWI Amplituden bzw. erforderlichen Dämpfung für Schrägseile nicht nur nach Richtlinie sondern auch mit Alternativverfahren vornehmen (ungünstigste Werte maßgebend)
- (Jones Kriterium unterstellt geringere zul. Verformungen ca. 1,0 D)





Beispiel 6 – Schrägseile – Wirbelerregung

- Einsetzgeschwindigkeiten

$$v_{\text{crit},i} = \frac{f_i \cdot D}{St}$$

mit: St = Strouhalzahl; $St=0,2$ für Kreiszyylinder (0,18 nach DIN 1055-4, bzw. DIN EN 1991-1-4)

Seil	D	St	$v_{\text{crit},1}$	$v_{\text{crit},2}$	$v_{\text{crit},3}$
	mm		m/s	m/s	m/s
1	280	0,20	0,67	1,34	2,01
2	250	0,20	0,86	1,72	2,59

- und Einwirkungen (nach Richtlinie) $q_{\text{dyn}} = 0,7 \cdot D \cdot \frac{v_{\text{crit},i}^2}{1600} \cdot \frac{\pi}{\delta} \cdot k_{F,i}$

mit: $k_{F,i}$ = für $7 < f < 10$ Hz; sonst 1,0; $f > 10$ Hz kein Nachweis

$$k_{F,i} = \frac{10 - f}{3}$$

Seil	D	St	$k_{F,1}$	$k_{F,2}$	$k_{F,3}$	$q_{\text{dyn},1}$	$q_{\text{dyn},2}$	$q_{\text{dyn},3}$
	mm		m/s	m/s	m/s	kN/m	kN/m	kN/m
1	280	0,20	1,00	1,00	1,00	0,022	0,086	0,194
2	250	0,20	1,00	1,00	1,00	0,023	0,090	0,204





Beispiel 6 – Schrägseile – Wirbelerregung

- Amplituden nach DIN 1055-4 bzw. DIN EN 1991-1-4

$$\max y_i = K \cdot K_{w,i} \cdot c_{lat} \cdot \frac{1}{St^2} \cdot \frac{1}{Sc} \cdot D$$

mit: K = Beiwert der Schwingungsform, hier 0,1
 $K_{w,i}$ = Wirklängenbeiwert, hier ca. $24D/L^*i$
 c_{lat} = Erregerkraftbeiwert, hier 0,7

Seil	D	K	c_{lat}	$K_{w,1}$	$K_{w,2}$	$K_{w,3}$	max y_1	max y_2	max y_3
	mm						mm	mm	mm
1	280	0,10	0,70	0,023	0,046	0,069	0,63	1,26	1,89
2	250	0,10	0,70	0,032	0,064	0,095	0,52	1,04	1,56

Fazit: Die Beanspruchungen durch Wirbelerregung sind vernachlässigbar.
Verglichen mit RWI sind die Beanspruchungen ca. um den Faktor 700-800 kleiner (ca. 1/50 der RWI Last plus ca. 1/15 bis 1/16 der Wirklängen)





Beispiel 7 – Schrägseile – Galloping mit Eis

- Bei Seilen nur bei Eisansatz
- Einsetzgeschwindigkeit nach DIN EN 1991-1-4 bzw. DIN 1055-4

$$v_{crit,i} = 2 \cdot f_e \cdot D \cdot \frac{Sc}{a_G}$$

mit $a_g=1,0$

- Wenn nur 50 % des Seils mit Eis behaftet sind kann folgende Formel verwendet werden:

$$v_{crit,i} = 2 \cdot f_e \cdot D \cdot \frac{Sc}{a_G} \cdot \sqrt{2}$$

Seil	D	a_g	Sc	$v_{crit,1}$	$v_{crit,2}$	$v_{crit,3}$	$v_{crit,1}$	$v_{crit,2}$	$v_{crit,3}$
	mm			100% Eis	100% Eis	100% Eis	50% Eis	50% Eis	50% Eis
1	280	1,00	17,8	4,78	9,56	14,34	6,76	13,52	20,28
2	250	1,00	26,7	9,21	18,43	27,64	13,03	26,06	39,09

$$Sc = \frac{2 \cdot m \cdot \delta_s}{\rho_{air} \cdot D^2}$$





Beispiel 7 – Schrägseile – Galloping mit Eis

- Erforderliche Dämpfung (Mode 1)

Seil	v_{Grenz}	$\delta_{min,G}$	$\Delta\delta_{min,G}$
	m/s		
1	51,0	0,0604	0,0524
2	51,0	0,0442	0,0329

mit $v_{Grenz} = 1,25 \cdot v_m(z_{ref})$

- Nach Jones:

$$\delta_{min,G} = 2 \cdot \pi \cdot v_{Grenz} \frac{\rho_a \cdot D \cdot a_G}{K_{cr} \cdot f_e \cdot m}$$

mit $K_{cr} = 31,1$; $a_G = 1,75$;
 $v_{Grenz} = 25$ m/s

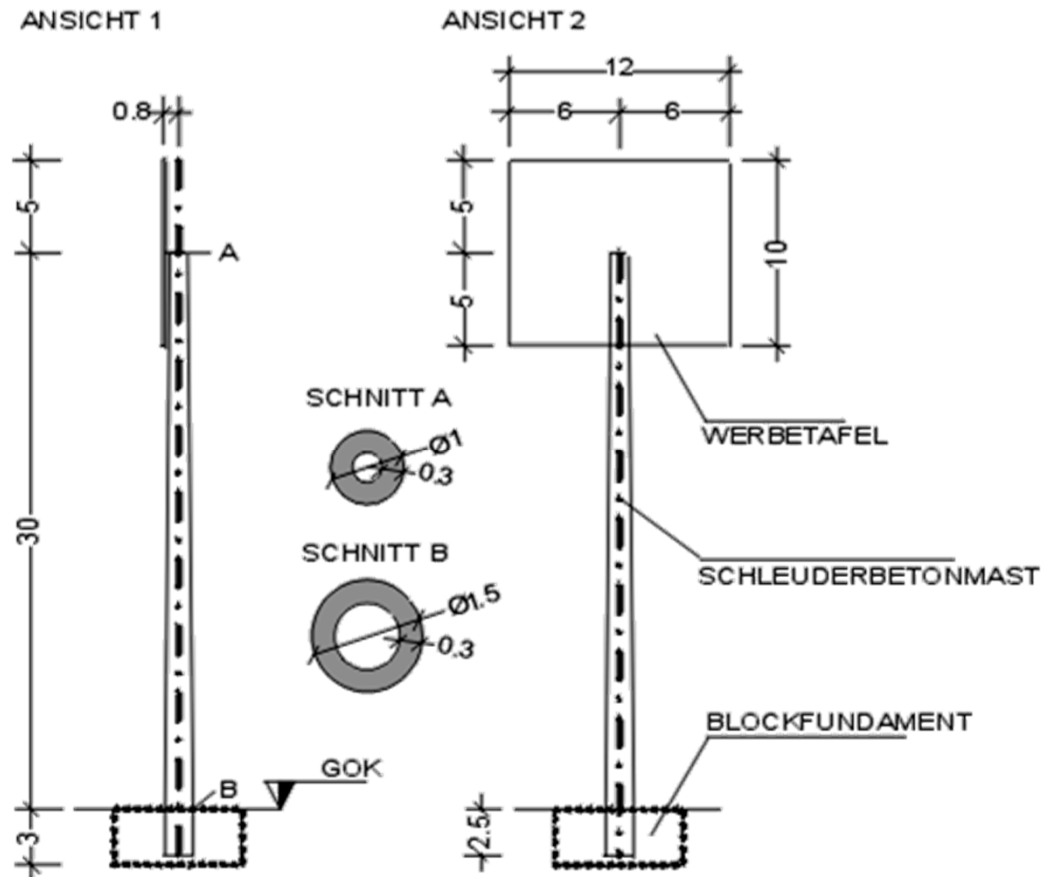
Seil	v_{Grenz}	$\delta_{min,G}$	$\Delta\delta_{min,G}$
	m/s		
1	25,0	0,0592	0,0512
2	25,0	0,0433	0,0320

Liefen praktisch gleiche Ergebnisse





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast



Bezugshöhe: $z_e = 30$ m - Bezugsfläche (Windangriffsfläche): $A_{ref} = b \cdot h = 120$ m²



Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Aerodynamischer Kraftbeiwert		
Parameter	Quelle o. Formel	Wert
Abmessungen der Lasteinzugsfläche	Nach Bild C.1	
Höhe h		10m
Breite b		12m
Bezugsfläche		120m ²
Bezugshöhe z_e		30m
effektive Schlankheit λ	Tabelle 16, lfd. Nr. 2	2,40
Völligkeit φ	Gl. (45)	1,00
Abminderungsfaktor ψ_λ	Bild 26	0,63
Aerodynamischer Beiwert c_f	Gl. (23): $c_f = 2,5 \psi_\lambda$	1,575
Ausmitte e	Gl. (24): $e=b/4$	3m





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Windklima am Bauwerksstandort		
Parameter	Quelle o. Formel	Wert
Windzone Geländekategorie		2 II
Referenzwert des mittleren Geschw.druckes q_m	Bild A.1	0,39 kN/m ²
Böengeschw.druck in Höhe z_e	Tabelle B.2 $2,1 \cdot 0,39 \cdot (30/10)^{0,24}$	1,07 kN/m ²

Gesamtwindkraft, Gl. (6)

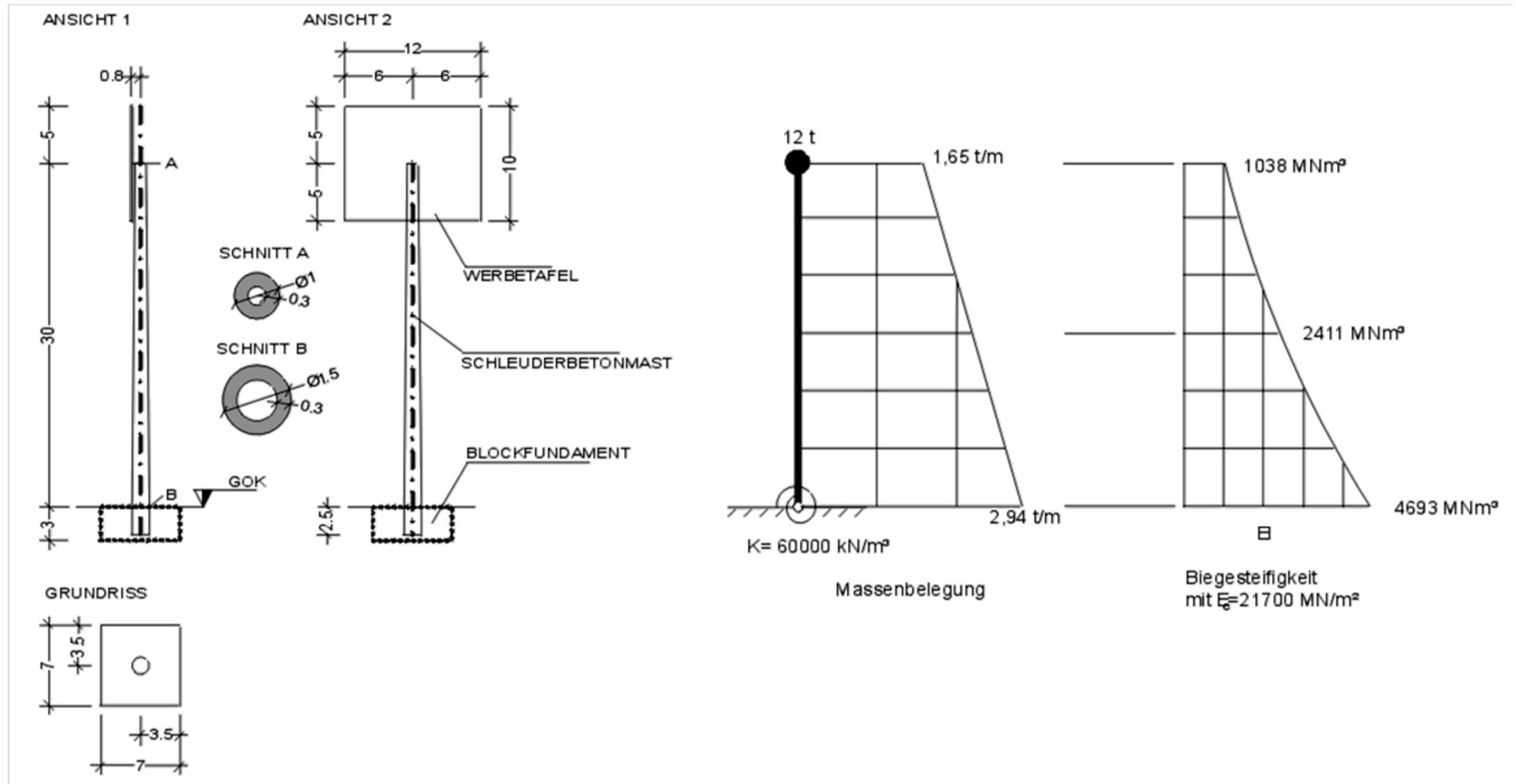
$$F_w = c_f \cdot q(z_e) \cdot A_{ref} = 1,575 \cdot 1,07 \cdot 120 = 202 \text{ kN}$$

$$M_T = F_w \cdot e = \pm 202 \cdot 3 = \pm 606 \text{ kNm}$$





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Windklima am Bauwerksstandort		
Parameter	Quelle o. Formel	Wert
Windzone Geländekategorie		2 II
mittlere Windgeschwindigkeit $v_m(z_e)$	$25,0 \cdot (30/10)^{0,16}$	29,80 m/s
mittlerer Geschw.druck q_m	$0,39 \cdot (30/10)^{0,32}$	0,56 kN/m ²
Integrallängenmaß L_i	$300 \cdot (30/300)^{0,26}$	165 m
Turbulenzintensität I_v	$0,19 \cdot (30/10)^{-0,16}$	0,16





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Dynamische Tragwerkseigenschaften		
Parameter	Quelle o. Formel	Wert
Eigenfrequenz der Grundschiwingung n_1		0,83 Hz
Strukturdämpfung	$\delta_s = 0,050 n_1 + 0$	0,04
Aerodynamische Dämpfung	δ_a nach Gl. (F.9); hier nicht ausgenutzt	-
Zusatzdämpfung durch Dämpfer o.ä.	Nicht vorhanden	-
Eigenform $\Phi(z)$	$(z/h_m)^2$ h_m - Masthöhe	$(z/30)^2$





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Böenreaktionsfaktor und statische Ersatzlast		
Parameter	Quelle o. Formel	Wert
Böengrundanteil Q_0^2	Gl. (C.10)	0,798
Resonanzanteil R_x^2	Gl. (C.11)	1,334
Spitzenfaktor g	Gl. (C.5)	3,64
Böenreaktionsfaktor G	Gl. (C.4)	2,69
Mittlerer Geschw.druck q_m		0,56 kN/m ²
Berugsfläche A_{ref}		120 m ²
aerodynamischer Beiwert c_f		1,575
statische Windlast F_{wm}	$F_{wm} = c_f \cdot q_m(z_e) \cdot A_{ref}$	106 kN
Ersatzlast F_w	$F_w = G \cdot c_f \cdot q_m(z_e) \cdot A_{ref}$	285 kN
horizontale Ausmitte	$e = \pm b/4$	± 3 m





Beispiel 8 – Anzeigetafel auf Stahlbetonmast

Schwingungsanfälligkeit

Quasi-statische Reaktion ohne Resonanz mit $R_x = 0$

$$G_Q = 1 + 2 \cdot g_Q \cdot I_V(z_e) \cdot Q_0 = 1 + 2 \cdot 3,28 \cdot 0,16 \cdot \sqrt{0,798}$$

$$G_Q = 1,94$$

Quasi-statische und Resonanzreaktion mit $R_x > 0$

$$G = 1 + 2 \cdot g \cdot I_V(z_e) \cdot \sqrt{Q_0^2 + R_x^2} = 1 + 2 \cdot 3,64 \cdot 0,16 \cdot \sqrt{0,798 + 1,33}$$

$$G = 2,69$$

Schwingungsanfälligkeit

$$\varphi = \frac{G}{G_Q} = \frac{2,69 \cdot F_{wm}}{1,94 \cdot F_{wm}} = \frac{285,1}{205,6} = 1,39$$

siehe Berechnung
quasi statisch
 $F_w = 202 \text{ kN}$





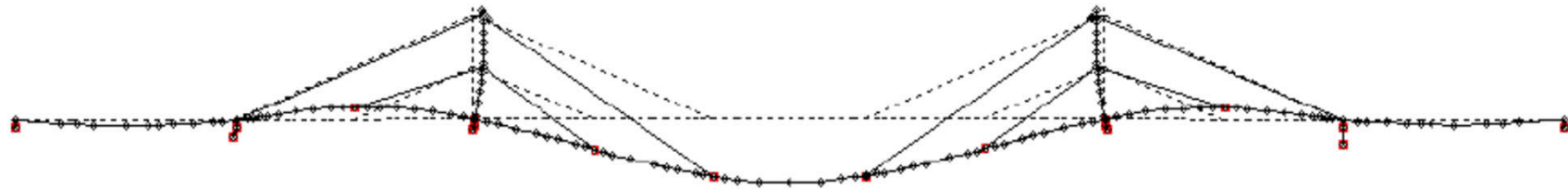
9 Anmerkungen zu Windlasten für Brücken
DIN EN 1991-1-4/NA Anhang NA.N identisch mit
DIN Fachbericht 101 IV, Anhang N

- Brücken sind im EN 1991-1-4 in Kapitel 8 geregelt.
- DIN EN 1991-1-4/NA enthält den Anhang NA.N, der das vereinfachte Verfahren analog DIN Fachbericht 101 IV, Anhang N enthält
- Regeln gelten nur für ein- und mehrfeldrige Balkenbrücken mit konstanter Bauhöhe und einem Überbau
- Regeln gelten nicht für z.B. Bogenbrücken, Schrägseilbrücken, Hängebrücken oder deutlich gekrümmte Brücken etc. – allgemein: Regelungen in DIN EN 1991-1-4, 8 und NA.N gelten nicht für Brücken mit Schwingungsformen mit wechselndem Vorzeichen!
- Nur bis Stützweiten von 200m
- Anhang NA.N gilt nur für Brücken mit dynamischen Faktoren $\leq 1,1$ (d.h. nicht schwingungsanfällig!!)
- Anhang NA.N gibt nur Lasten in Windrichtung an!

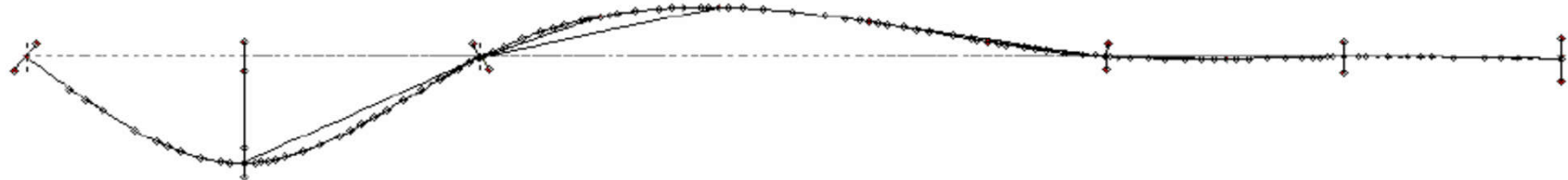




9 Anmerkungen zu Windlasten für Brücken
DIN EN 1991-1-4/NA Anhang NA.N identisch mit
DIN Fachbericht 101 IV, Anhang N



Schwingungsform 1. Mode, mit
wechselndem VZ



Einflußlinie für horizontale Lagerkraft





9 Anmerkungen zu Windlasten für Brücken
DIN EN 1991-1-4/NA Anhang NA.N identisch mit
DIN Fachbericht 101 IV, Anhang N

- Voraussetzungen:
- nicht schwingungsanfällig → c_d maximal 1,1
- Windzonen: 1+2 $q_{ref}=0,39 \text{ kN/m}^2$
- 3+4 $q_{ref}=0,56 \text{ kN/m}^2$
- Höhenabhängigkeit: Mischprofile f. Binnenland und Küste in beiden Zonen

$$w = \frac{F_W}{A_{ref,x}} = q(z) \times c_{fx} = q(z) \times c_{fx,0} \times \psi_{3D}$$

- mit $c_{fx,0}$ nach Bild 8.3
- bzw. nach Bild 7.23

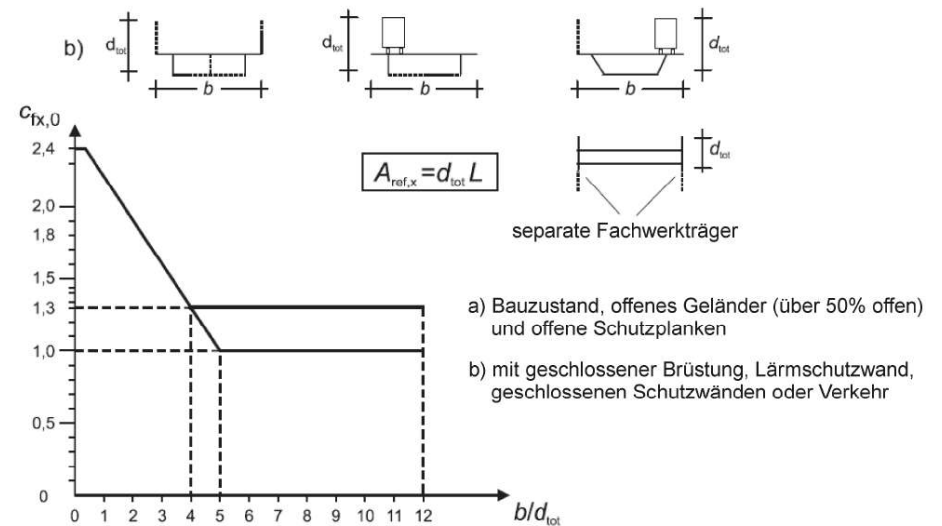


Bild 8.3 — Aerodynamische Beiwerte $c_{fx,0}$ für Brücken





9 Anmerkungen zu Windlasten für Brücken
DIN EN 1991-1-4/NA Anhang NA.N identisch mit
DIN Fachbericht 101 IV, Anhang N

- Voraussetzungen:
- Faktor ψ_{3D} dient zur näherungsweise Berücksichtigung von 3-D Effekten an Auflagern und Stützen; ψ_{3D} ist abhängig von l/d (wie bei Schlankheitsfaktor ψ_f)
- Es gilt für:

Deck ohne Wände	$l/d \leq 70$ mit $\lambda = 40$	$\psi_{3D} = 0,85$
Deck mit Wänden	$l/d \leq 70$ mit $\lambda = 10$	$\psi_{3D} = 0,70$
Stützen/Pfeiler	$l/d \leq 70$ mit $\lambda = 40$	$\psi_{3D} = 0,85$





Tabelle NA.N.5 — Windeinwirkungen w in kN/m^2 auf Brücken für Windzone 1 und 2 (Binnenland)

1	2	3	4	5	6	7
	Ohne Verkehr und ohne Lärmschutzwand			Mit Verkehr ^a oder mit Lärmschutzwand		
	auf Überbauten					
b/d^b	$z_e \leq 20 \text{ m}$	$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$	$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$	$z_e \leq 20 \text{ m}$	$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$	$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$
$\leq 0,5$	1,75	2,45	2,90	1,45	2,05	2,40
$= 4$	0,95	1,35	1,60	0,80	1,10	1,30
≥ 5	0,95	1,35	1,60	0,60	0,85	1,00
	auf Stützen und Pfeilern ^c					
d/b^b	$z_e \leq 20 \text{ m}$		$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$		$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$	
$\leq 0,5$	1,70		2,35		2,80	
≥ 5	0,75		1,05		1,25	
<p>^a Es gilt der Kombinationsbeiwert $\psi_0 = 0,4$ (Windzone 3+4) und $\psi_0 = 0,55$ (Windzone 1+2). Für Eisenbahnbrücken gilt der Kombinationsbeiwert $\psi_0 = 0,6$.</p> <p>^b Bei Zwischenwerten kann linear interpoliert werden.</p> <p>^c Bei quadratischen Stützen- oder Pfeilerquerschnitten mit abgerundeten Ecken, bei denen das Verhältnis $r/d \geq 0,20$ beträgt, können die Windeinwirkungen auf Pfeiler und Stützen um 50 % reduziert werden. Für $0 < r/d < 0,2$ darf linear interpoliert werden. Hierbei ist r = Radius der Ausrundung.</p>						

Beispiel: Geländekategorie Binnenland,
Windzonen 1 und 2





Tabelle NA.N.6 — Windeinwirkungen w in kN/m^2 auf Brücken für Windzone 3 und 4 (Binnenland)

1	2	3	4	5	6	7
	Ohne Verkehr und ohne Lärmschutzwand			Mit Verkehr ^a oder mit Lärmschutzwand		
	auf Überbauten					
b/d^b	$z_e \leq 20 \text{ m}$	$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$	$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$	$z_e \leq 20 \text{ m}$	$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$	$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$
$\leq 0,5$	2,55	3,55	4,20	2,10	2,95	3,45
$= 4$	1,40	1,95	2,25	1,15	1,60	1,90
≥ 5	1,40	1,95	2,25	0,90	1,25	1,45
	auf Stützen und Pfeilern ^c					
d/b^b	$z_e \leq 20 \text{ m}$		$20 \text{ m} < z_e \leq 50 \text{ m}$		$50 \text{ m} < z_e \leq 100 \text{ m}$	
$\leq 0,5$	2,40		3,40		4,00	
≥ 5	1,05		1,50		1,75	
<p>^a Es gilt der Kombinationsbeiwert $\psi_0 = 0,4$ (Windzone 3+4) und $\psi_0 = 0,55$ (Windzone 1+2). Für Eisenbahnbrücken gilt der Kombinationsbeiwert $\psi_0 = 0,6$.</p> <p>^b Bei Zwischenwerten kann linear interpoliert werden.</p> <p>^c Bei quadratischen Stützen- oder Pfeilerquerschnitten mit abgerundeten Ecken, bei denen das Verhältnis $r/d \geq 0,20$ beträgt, können die Windeinwirkungen auf Pfeiler und Stützen um 50 % reduziert werden. Für $0 < r/d < 0,2$ darf linear interpoliert werden. Hierbei ist r = Radius der Ausrundung.</p>						

Beispiel: Geländekategorie Binnenland,
Windzonen 3 und 4

