



Renato Eusani

Tragwerksdynamik 2
Baupraktische Anwendungen

Lecture 1:

Maschinenfundamente
Berechnung und Konstruktion

Überblick

- **Einleitung & Problemstellung**
- **Normen**
- **Dynamische Einwirkungen**
 - **statische Einwirkungen**
 - **dynamische Einwirkungen**
 - **Unwuchtklassen**
- **Baustoffe, Lagerung und Gründung**
 - **Steifigkeit und Dämpfung von Baugrund**
 - **Eigenschaften und Bemessungsgrößen von Stahlbeton**
 - **Eigenschaften und Bemessungsgrößen von Baustahl**

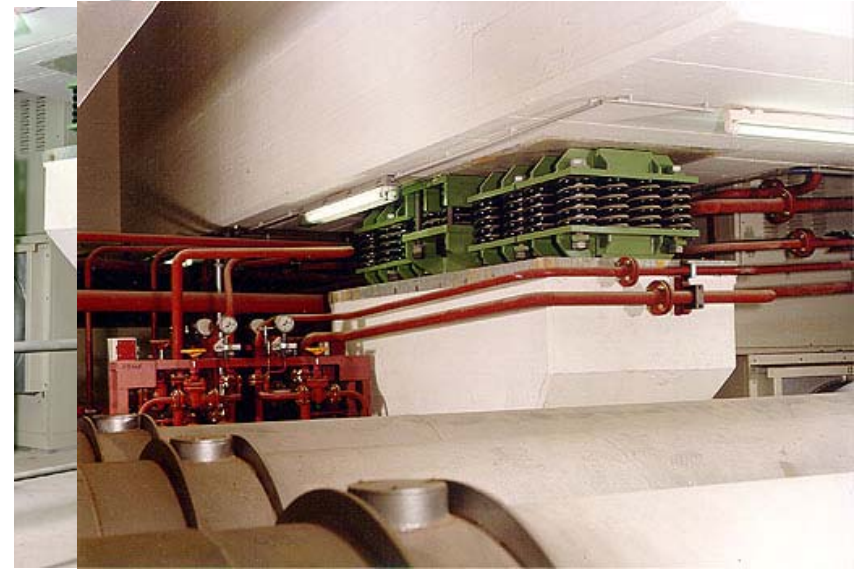
Überblick

- **Elastische Stützkonstruktion (Tischfundamente,..., DIN4024 Teil 1)**
 - **Modellbildung**
 - **Frequenzabstimmung**
 - **konstruktive Durchbildung**
- **Starre Maschinenfundamente (DIN4024 Teil 2)**
 - **dyn. Vorberechnungen zur Modellvereinfachung**
 - **Berechnung als Starrkörpersystem mit 6 Fhg.**
 - **Frequenzabstimmung**
 - **konstruktive Durchbildung**
- **Hammerfundamente (DIN4025)**
 - **konstruktive Durchbildung**
 - **Vordimensionierung**
 - **Näherungsberechnung**
 - **Berücksichtigung von Stoßfolgen**

Einleitung



Einleitung



Einleitung



Problemstellung

Typische Probleme:

- unzulässige Schwingungseinwirkungen auf Menschen
- fabrikationstechnische Probleme
- Schäden an Tragwerken / Gebäuden / Maschinen

Ziele der Untersuchungen:

- Sicherstellung eines einwandfreien, ungestörten Dauerbetriebs (Gebrauchstauglichkeit)
- Gewährleistung der Standsicherheit und Dauerfestigkeit
- Schutz vor Emissionen und Immissionen

Problemstellung

Zu beachten sind:

- **Bauliche Anlagen in der näheren Umgebung und deren Gründung**
- **Genaue Kenntnis der Bodenverhältnisse: Bodenmechanische Kenngrößen können sich verändern**
- **Zusätzliche Setzungen durch Einrütteln (bei nicht bindigen Böden) bzw. durch Vergrößerung der Durchlässigkeit (bei bindigen Böden; bei gesättigten Böden Gefahr der Bodenverflüssigung)**
- **Nachweise der Betriebsfestigkeit der Anlagen**
- **Auswirkung der Schwingungen auf die Umgebung**
- **Erschütterungsbelästigungen**
- **Schallschutz**
- **Physiologische Beeinträchtigungen im Arbeits – und Wohnbereich**

Normen

Maßgebende Normen z.B.:

- **DIN 4024, Teil 1: Maschinenfundamente; elastische Stützkonstruktionen für Maschinen mit rotierenden Massen**
- **DIN 4024, Teil 2: Maschinenfundamente; starre Stützkonstruktionen für Maschinen mit periodischer Erregung**
- **DIN 4025: Fundamente für Amboß – Hämmer (zurückgezogen)**
- **DIN 4150: Erschütterungen im Bauwesen**
- **DIN 1055-10:2004-07: Einwirkungen infolge Krane und Maschinen**

Einwirkungen

Ständige Einwirkungen:

- **Eigengewicht des Fundamentes**
- **Eigengewichte aller Maschinenteile**
- **Einwirkungen aus Vakuum für Turbinen, deren Kondensatoren mittels Kompensatoren mit dem Gehäuse verbunden sind (vertikal + horizontal)**
- **Antriebsdrehmomente der Maschinen, die durch das Gehäuse in das Fundament weitergeleitet werden (vertikale Kräftepaare)**
- **Reibungskräfte an den Lagern, die durch Wärmeausdehnung des Gehäuses (horizontal) verursacht werden**
- **Einwirkungen aus Eigengewicht und Temperaturen angeschlossener Teile (z. B. Rohrleitungen)**
- **Temperaturdifferenzen zwischen Maschine und Fundament**

Einwirkungen

Veränderliche Einwirkungen:

Einwirkungen von Maschinen, die während des üblichen Betriebes durch beschleunigte Massen dynamische Einwirkungen verursachen, wie z. B.:

- **periodische, frequenzabhängige Auflagerkräfte infolge der Exzentrizitäten umlaufender Massen in allen Richtungen**
- **Massenkräfte und Massenmomente**
- **periodische Einwirkungen infolge Maschinenbetrieb**
- **Kräfte und Momente infolge Ein- und Ausschalten, usw.**

Einwirkungen

Außergewöhnliche Einwirkungen:

- ungewollte Vergrößerung der Exzentritäten (z. B. durch Bruch einer Schaufel...): Störfallunwucht: 6-fache Unwuchtlast.
- Kurzschluss oder fehlende Synchronisation zwischen Generator und Maschine
- Stoßeinwirkungen von Rohrleitungen beim Verschließen

Dynamische Einwirkungen

Unterscheidung nach Art der Erregung:

- **Periodisch beanspruchte Fundamente (z.B. aus Unwucht)**
 - **Maschinen mit rotierenden Massen**
 - **Maschinen mit oszillierenden Massen**
- **Aperiodisch beanspruchte Fundamente (z.B. Stöße)**
- **Stochastisch erregte Fundamente (z.B. Brechwerke, Schredder, Mühlen)**

- **Grundsätzlich sind vom Hersteller alle maschinentechnischen Angaben bereitzustellen (Größe, Zeitverlauf, Angriffspunkt, Richtung der dynamischen Lasten, sowohl für den Normalbetrieb, als auch für den anlagentypischen Störfall, ohne dynamische Überhöhung)**

Dynamische Einwirkungen

Maschinen mit rotierenden Massen

- **Gebläse und Ventilatoren**
- **Zentrifugen**
- **Waschmaschinen**
- **Drehbänke**
- **Kreiselpumpen**
- **Rotationsdruckmaschinen**
- **Kunststoffpressen**
- **Turbinen**
- **Generatoren und Kompressoren**

Dynamische Einwirkungen

- Quadratischer Anregung, resultierend aus Unwuchten, daher Frequenzabhängig
- Lasten wirken in der Ebene quer zur Rotationsachse

Unwuchtfliedkräfte aus Betriebslasten nach DIN 4024:

$$K = \alpha \cdot M \cdot Q \cdot \omega_m = \alpha \cdot M \cdot e \cdot \omega_m^2 = \alpha \cdot M \cdot e \cdot \frac{4\pi^2}{3600} n^2$$

K	Erregerkraft
α	Faktor für Unwuchtverschlechterung im Dauerbetrieb
M	Rotierende Masse
$Q = e \cdot \omega_m$	Wuchtgüte nach Vorgabe
ω_m	Kreisfrequenz der Maschine
n	Betriebsdrehzahl

Für die rechnerischen Nachweise ist grundsätzlich eine Wuchtgüteklasse schlechter anzusetzen!

Dynamische Einwirkungen - Unwuchtklassen nach VDI-Ri. 2060

Gütestufe	$r_s \cdot \Omega$ [mm / s]	Wuchtkörper oder Maschine ...Beispiele
keine	> 1600	Kurbeltriebe starr aufgelagerter, langsam laufender Schiffsdieselmotoren mit ungerader Zylinderzahl
Q 1600	< 1600	Kurbeltriebe starr aufgestellter Zweitaktgroßmotoren
Q 630	< 630	Kurbeltriebe starr aufgestellter Viertaktmotoren; Kurbeltriebe elastisch aufgelagerter Schiffsdieselmotoren
Q 250	< 250	Kurbeltriebe starr aufgelagerter, schnelllaufender 4-Zylinder-Schiffsdieselmotoren
Q 100	< 100	Kurbeltriebe starr aufgestellter, schnelllaufender Dieselmotoren mit 6 und mehr Zylindern; komplette PKW-, LKW-, Lockmotoren
Q 40	< 40	Autoräder, Felgen, Radsätze, Gelenkwellen; Kurbeltriebe elastisch aufgestellter, schnelllaufender Viertaktmotoren mit 6 und mehr Zylindern; Kurbeltriebe von PKW-, LKW-, Lockmotoren
Q 16	< 16	Gelenkwellen mit besonderen Anforderungen; Teile von Zerkleinerungs- und Landwirtschafts-maschinen; Kurbeltrieb-Einzelteile von PKW-, LKW-, Lockmotoren; Kurbeltriebe Motoren mit 6 und mehr Zylindern mit besonderen Anforderungen.

Dynamische Einwirkungen - Unwuchtklassen nach VDI-Ri. 2060

Gütestufe	$r_s \cdot \Omega$ [mm / s]	Wuchtkörper oder Maschine ...Beispiele
Q 6,3	< 6,3	Teile der Verfahrenstechnik; Zentrifugentrommeln; Ventilatoren, Schwungräder, Kreiselpumpen; Maschinenbau- und Werkzeugmaschinenteile; normale Elektromotoren-Anker; Kurbeltrieb-einzelteile mit bes. Anforderungen.
Q 2,5	< 2,5	Laufräder von Strahltriebwerken, Gas- und Dampfturbinen, Turbogebälde, Turbogeneratoren; Werkzeugmaschinenantriebe; mittlerer und größere Elektromotorenanker mit bes. Anforderungen; Kleinmotoren-Anker; Pumpen mit Turbinenantrieb.
Q 1 Feinwuch- tung	< 1	Magnetophon- und Phonoantriebe; Schleifmaschinen-Antriebe, Kleinmotoren-Anker mit bes. Anforderungen.
Q 0,4 Feinst- wuchtung	< 0,4	Feinstschleifmaschinen-Anker, -Wellen und -Scheiben; Kreisel.

Dynamische Einwirkungen

Maschinen mit oszillierenden Teilen

- **Webmaschinen**
 - **Kolbenmotoren**
 - **Waschmaschinen**
 - **Drehbänke**
 - **Kolbenpumpen**
 - **Notstromaggregate (Dieselmotoren)**
 - **Flachdruckpressen**
 - **Sägegatter**
 - **Brechanlagen**
 - **Werkzeugmaschinen**
 - **Kolbenkompressoren**
- **Lasten wirken primär in Kolbenrichtung, zusätzlich treten jedoch infolge der Exzentritäten innerhalb der Maschinen Unwuchtkräfte auf**
 - **Quadratischer Anregung, allerdings haben die Lasten häufig höhere Harmonische**

Dynamische Einwirkungen

Maschinen mit stoßenden Teilen

- **Formpressen**
- **Stanzmaschinen**
- **Fallwerke**
- **Schmiedehämmer**

Berechnung in Anlehnung an DIN 4025: Fundamente für Amboß – Hämmer

Eigenschaften der Auflagerung auf dem Baugrund

Bestimmung der Federsteifigkeiten:

$$C_B = \frac{E_{s,dyn}}{f \cdot \sqrt{A_{brutto}}} \left[\frac{MN}{m^3} \right]$$

$$k_z = C_B \cdot A_{netto}$$

$$k_x = k_y = 0.5 \cdot C_B \cdot A_{netto}$$

$$k_{\varphi x} = (1.0 \dots 2.0) \cdot C_B \cdot I_{xx,netto}$$

$$k_{\varphi y} = (1.0 \dots 2.0) \cdot C_B \cdot I_{yy,netto}$$

$$k_{\varphi z} = 0.8 \cdot C_B \cdot I_{T,netto}$$

f: Beiwert, der von den Seitenabmessungen der Grundfläche abhängt. Häufig: $f = 0,40$

A_{brutto} : Fläche des Fundaments (Außenkanten)

A_{netto} : Auflagerungsfläche des Fundaments

$I_{A,netto}$: Trägheitsmoment der Auflagerungsfläche

Eigenschaften der Auflagerung auf dem Baugrund

Steifemoduli:

Bodenart	E-Modul in $\frac{\text{MN}}{\text{m}^2}$	
	E_{statisch}	$E_{\text{dynamisch}}$
<i>Nichtbindige Böden</i>		
Sand, locker, rund	40– 80	150–300
Sand, locker, eckig	50– 80	150–300
Sand, mitteldicht, rund	80–160	200–500
Sand, mitteldicht, eckig	100–200	200–500
Kies ohne Sand	100–200	300–800
Naturschotter, scharfkantig	150–300	300–800
<i>Bindige Böden</i>		
Ton hart	3– 50	100–500
Ton halbfest	6– 20	40–150
Ton schwer knetbar, steif	3– 6	30– 80
Lehm, Geschiebemergel, fest	6– 50	100–500
Lehm, weich, Lößlehm	4– 8	50–150
Schluff	3– 8	30–100
Schlick, Klei, organisch mager	2– 5	10– 30

Eigenschaften der Auflagerung auf dem Baugrund

Dämpfung:

- ergibt sich aus Abstrahldämpfung des Bodens
- Mindestwert für die Kippschwingungen: $\xi = 2,0\%$
- Nach DIN 4024, Teil 2, Abs. 3.3 ist die Dämpfung auf 25% zu begrenzen.

Nach EHLERS kann folgender Dämpfungsansatz gewählt werden:

$$d_z = A \sqrt{E_{S,dyn} \cdot \rho}$$

$$d_x = d_y = 0.5 \cdot d_z$$

$$d_{\varphi x} = d_{\varphi y} = 1.5 \cdot d_z$$

$$d_{\varphi z} = 0.3 \cdot d_z$$

$$\xi_z = \frac{d_x}{2 \cdot \pi \cdot \omega} = 0,5 \cdot \sqrt{1,13 \cdot \frac{\gamma \cdot h}{\sigma}} \leq 25\% \quad \text{mit } h = \sqrt{A}$$

Baustoffe

Stahlbeton

- **Betongüte \geq C20/25**
- **Betonstahl: $f_{sk} = 420 \text{ MN/m}^2$ rechnerisch ansetzen!**
- **Dämpfung: $\xi = 2,0\%$**
- **Verwendung von Betonstahl, der für dynamische Lasten zugelassen ist**
- **Ermüdungsnachweis durch Vergrößerung der dyn. Betriebsbeanspruchungen mit $\mu=3$ zulässig, Störfallunwucht daher zumeist maßgebend**

Baustoffe

Baustahl

- **Bemessung nach DIN 18800**
- **Betriebsfestigkeitsnachweise in Anlehnung an EC3**
- **Wird der Störfall durch die 6-fache Unwucht berücksichtigt, so kann ein rechnerischer Nachweis der Dauerfestigkeit entfallen. *Die Anschlüsse sollten jedoch kerbarm konstruiert sein!***
- **Dämpfung:** $\xi = \frac{K_B}{2 \cdot \Omega} \cdot \omega$, mit $K_B = 0.02$

(steifigkeitsproportional, nach DIN4024, Teil 1, 2.3)

Dynamische Berechnung

1) Massenverhältnis:

Nach DIN 1055-10, Anhang F, kann im Allg. auf dyn. Berechnungen verzichtet werden, wenn folgendes Massenverhältnis eingehalten ist.

$$\frac{m_{\text{rot}}}{m_{\text{ges}}} \leq \frac{1}{200}$$

Aus den Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit können sich dennoch Berechnungen als erforderlich herausstellen!

Dynamische Berechnung nach DIN 4024 Teil 1

Elastische Stützkonstruktionen für Maschinen

Anwendungsbereich:

- **Tischfundamente**
- **Federfundamente**
- **Plattenfundamente**
- **Bühnenfundamente**
- **vergleichbare Konstruktionen**

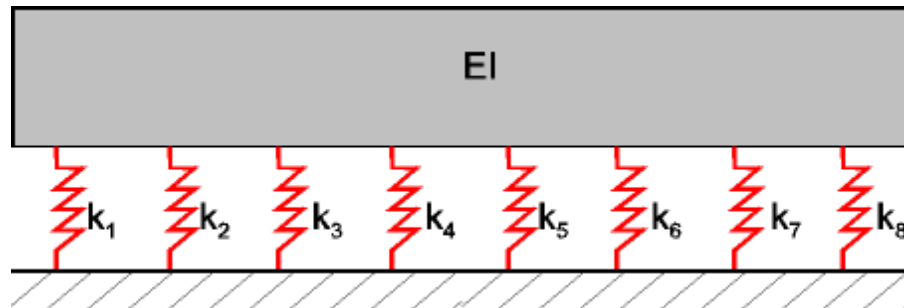
Dynamische Berechnung - Modellierung

Kriterien für die Teilung eines Modells in einzelne entkoppelte Systeme:

Wenn eine biegesteife Konstruktion durch weiche Federn elastisch gestützt ist dürfen folgende Vereinfachungen angenommen werden:

- Für die Berechnung der durch die unterstützenden Federn bestimmten Eigenfrequenzen darf das biegesteife System als starr angenommen werden
- Zur Berechnung der höheren Biege-Moden ist die unterstützende Federung zu vernachlässigen.

Hierfür gilt folgende Bedingung:
$$\frac{l^3 \cdot \sum k_i}{EI} \leq 50$$

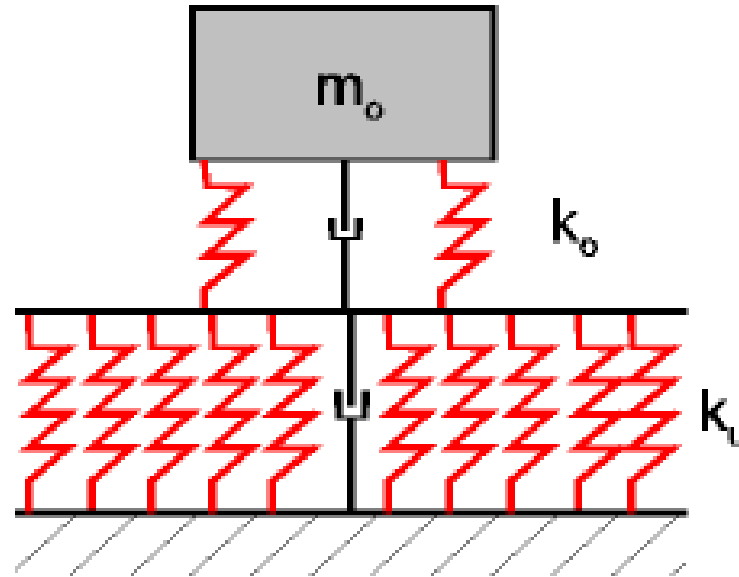


Dynamische Berechnung - Modellierung

Kriterien für die Teilung eines Modells in einzelne entkoppelte Systeme:

Die Konstruktion mit der Steifigkeit k_o darf zur Ermittlung der Vertikalschwingungen als starr gelagert angesehen werden, wenn sie auf einer Unterkonstruktion mit k_u aufgelagert wird, und es gilt:

$$\frac{k_u}{k_o} \geq 10$$



Dynamische Berechnung - Modellierung

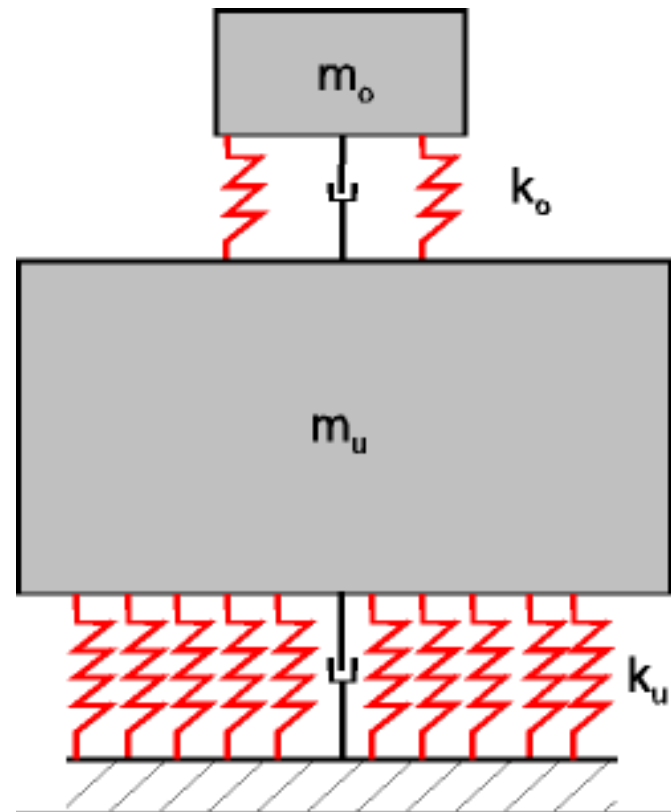
Kriterien für die Teilung eines Modells in einzelne entkoppelte Systeme:

Die Gründung und die Unterkonstruktion dürfen als starr angenommen werden, wenn eine der folgenden Bedingungen erfüllt ist:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_o}{m_o}} \leq 0,20 \cdot f_M$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_u}{m_o + m_u}} \leq 0,20 \cdot f_M$$

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_o}{m_o}} \leq 0,25 \cdot f_B = 0,25 \cdot \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k_u}{m_u}}$$



Dynamische Berechnung nach DIN4024, Teil 1

Kriterien zur Vernachlässigung dynamischer Einflüsse bei periodischer Last:

Frequenzverhältnis:

Werden folgende Frequenzverhältnisse eingehalten, so kann auf die Berechnung erzwungener Schwingungen verzichtet werden.

$$f_1 \leq 0,8 \cdot f_M \quad \text{oder} \quad f_1 \geq 1,25 \cdot f_M$$
$$f_n \leq 0,9 \cdot f_M \quad \text{oder} \quad f_{n+1} \geq 1,1 \cdot f_M$$

Für Stahl- und Verbundkonstruktionen sollten immer dyn. Berechnungen durchgeführt werden, wenn

$$f_M \leq 75\text{Hz} \quad \text{oder} \quad f_M \geq f_n$$

Dynamische Berechnung nach DIN4024, Teil 1

Konstruktive Durchbildung von Stahlbeton-Tischfundamenten

Allgemein:

- Trennung aller Bauteile von der übrigen Gebäudekonstruktion
- alle Teile sind allseitig konstruktiv zu bewehren

Maschinenträger (Platte)

- Schubbewehrung durch Bügel
- Platten sind ohne Arbeitsfugen zu betonieren
- vergleichbare Konstruktionen



Stützen

- möglichst gleiche Betondruckspannung infolge ständiger Lasten in allen Stützen (gleichmäßiges Kriechen)
- Bewehrungsgrad längs $\mu > 0,8\%$, Bügel min. $d=10\text{mm}$

Dynamische Berechnung nach DIN4024, Teil 1

Konstruktive Durchbildung von Stahlbetonfundamenten

Sohlplatten von Tischfundamenten / Plattenfundamente:

- **Schlankheit $l/d \leq 10$**
- **Lasten: $G(\text{Sohlplatte}) \geq G(\text{Maschinenträger} + \text{Maschine})$**
- **Resultierende aus Ständigen Lasten und vertikalen Erregerkräften sollte möglichst durch den Schwerpunkt der Auflagerung gehen.**
- **Bewehrung $> 30 \text{ kg/m}^3$ Beton**
- **vertikale Arbeitsfugen vermeiden**

Dynamische Berechnung nach DIN4024, Teil 1

Konstruktive Durchbildung von Federfundamenten

Maschinenträger (Platte)

- **Trennung von der übrigen Gebäudekonstruktion**
- **Schubbewehrung durch Bügel**
- **Platten sind ohne Arbeitsfugen zu betonieren**
- **vergleichbare Konstruktionen**
- **alle Teile sind allseitig konstruktiv zu bewehren**
- **Auf der Unterseite im Bereich der Federelemente Stahlplatten im Beton verankern (z. B. durch Kopfbolzendübel)**



Unterkonstruktion

- **aus Beton oder Stahl, kann Bestandteil der Gebäudestruktur sein**
- **Platz für Pressen (Federwechsel, ...) ist vorzusehen**

Dynamische Berechnung nach DIN4024, Teil 1

Konstruktive Durchbildung von Tischfundamenten aus Stahl

Maschinenträger (Trägerrost, Hohlkasten)

- **Trennung von der übrigen Gebäudekonstruktion**
- **vollständige Schweißung oder gleitfeste HV-Verbindungen (GV- oder GVP- Verbindungen)**
- **Mindeststeifigkeiten des Maschinenträgers (MT), falls nichts genaueres vorgegeben wird:**

$$\frac{EI_{MT}}{G_{(MT+Maschine)}} \geq 2 \cdot \frac{EI_{Wellenstrang}}{G_{(Welle)}} \quad EI_{Querträger} \geq EI_{MT} / 5$$

- **Bei Hohlkästen empfiehlt sich für Betriebsfrequenzen < 75 Hz eine Hochabstimmung der Obergurte.**

Dynamische Berechnung nach DIN 4024 Teil 2

Starre Stützkonstruktionen für Maschinen

Anwendungsbereich:

Gilt für Fundamente, die als Block oder Hohlkörper erstellt werden. Ihre Biege- und Torsionssteifigkeit ist so hoch, dass sie als starr angesehen werden können.

- **Erregungen aus periodischer oder stochastischer Last**
- **Aktive und Passive Schwingungsisolierung**

Dynamische Vorberechnung DIN 4024 Teil 2

Dynamische Vorberechnung nach DIN 4024, Teil 2, 5.4.2:

Frage: Kann das zu untersuchende Bauteil als Starrkörper betrachtet werden?

$$\left. \begin{aligned} f_B &= 3,56 \sqrt{\frac{E \cdot I}{M \cdot L^3}} \geq 1,5 \cdot f_M \\ f_T &= 0,5 \sqrt{\frac{G \cdot I_t}{\Theta \cdot L}} \geq 1,5 \cdot f_M \end{aligned} \right\} \text{ Berechnung nach DIN 4024 Teil 2 zulässig!}$$

Sind die o. g. Bedingungen erfüllt, so kann das Fundament als Starrkörper mit 6 Freiheitsgraden betrachtet werden.

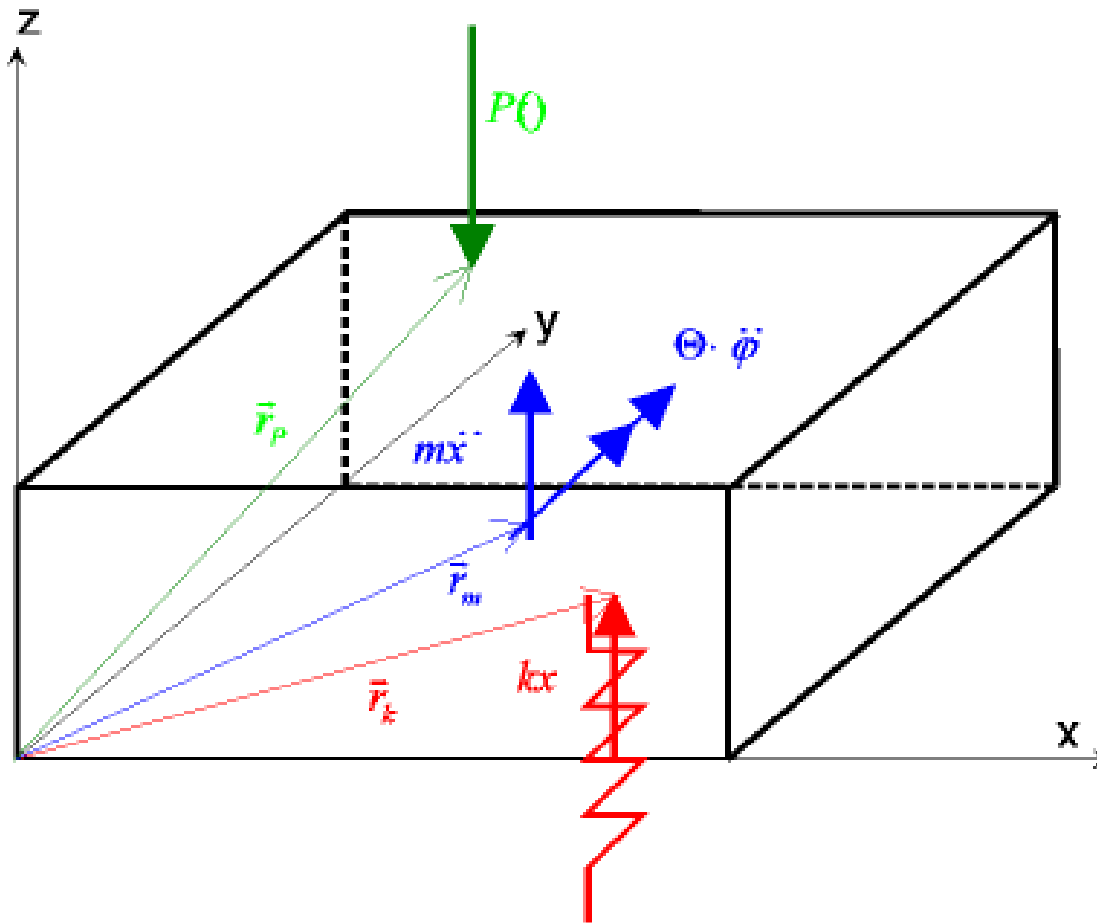
Berechnung läuft sehr schnell ab.

Dynamische Berechnung als Starrkörper

Allg. gilt:

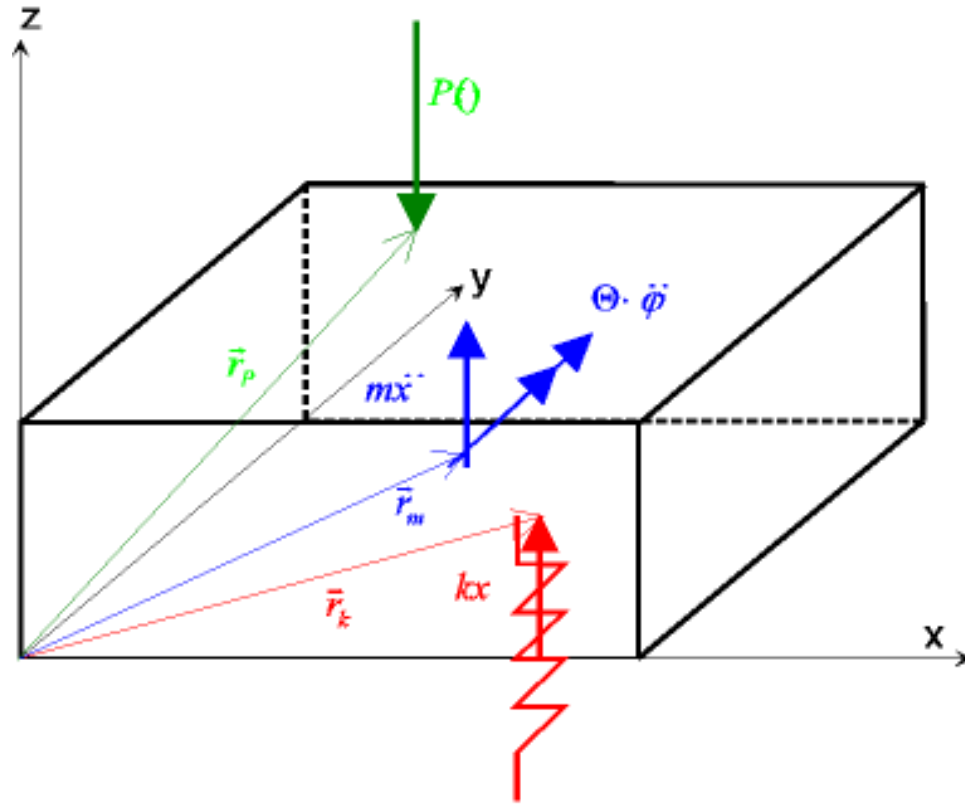
$$\sum F = 0 \rightarrow F_m + F_c + F_{el} = P(t)$$

$$\sum M = 0 \rightarrow M_m + M_c + M_{el} = M(t)$$



Dynamische Berechnung als Starrkörper

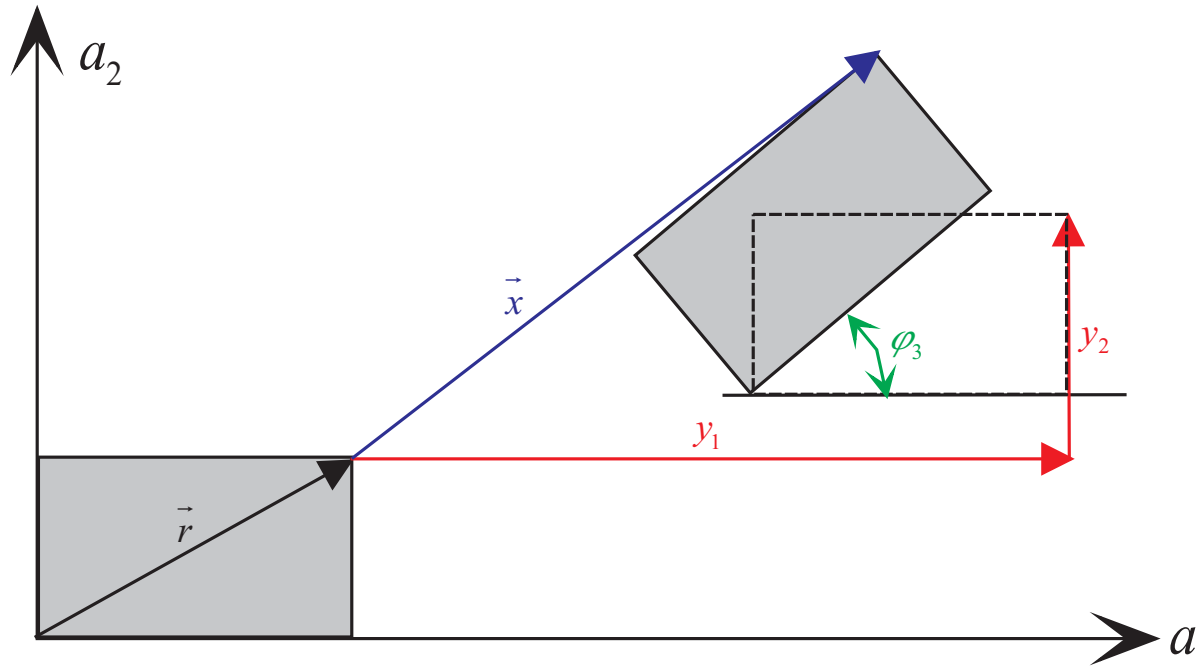
Betrachtet wird das Momentengleichgewicht um einen Referenzpunkt. Die Lage der einzelnen Angriffs- bzw. Schwerpunkte wird durch die Ortvektoren \vec{r}_i beschrieben. Die Trägheitsmomente erhält man dann wie folgt:



$$\mathbf{M}_m = \vec{r}_m \times \left\{ \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 \\ 0 & m_{22} & 0 \\ 0 & 0 & m_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \end{bmatrix} \right\} + \begin{bmatrix} \Theta_{11} & 0 & 0 \\ 0 & \Theta_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \Theta_{33} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{\varphi}_1 \\ \ddot{\varphi}_2 \\ \ddot{\varphi}_3 \end{bmatrix}$$

Dynamische Berechnung als Starrkörper

Die Umrechnung der Deformationsweggrößen der einzelnen Angriffs- bzw. Schwerpunkte lassen sich im Referenzsystem wie folgt formulieren:



$$x_1 = y_1 + r_3 \cdot \varphi_2 - r_2 \cdot \varphi_3$$

$$x_2 = y_2 + r_1 \cdot \varphi_3 - r_3 \cdot \varphi_1$$

$$x_3 = y_3 + r_2 \cdot \varphi_1 - r_1 \cdot \varphi_2$$

Dynamische Berechnung als Starrkörper

Die Massenmomente bezogen auf einen Referenz-Ursprung ergeben sich dann wie folgt:

$$\begin{aligned} \vec{M}_m &= \vec{r}_m \times \begin{bmatrix} m_{11} \ddot{x}_1 \\ m_{22} \ddot{x}_2 \\ m_{33} \ddot{x}_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta_{11} \ddot{\phi}_1 \\ \Theta_{22} \ddot{\phi}_2 \\ \Theta_{33} \ddot{\phi}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \\ r_3 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} m_{11} (\ddot{y}_1 + r_3 \cdot \ddot{\phi}_2 - r_2 \cdot \ddot{\phi}_3) \\ m_{22} (\ddot{y}_2 + r_1 \cdot \ddot{\phi}_3 - r_3 \cdot \ddot{\phi}_1) \\ m_{33} (\ddot{y}_3 + r_2 \cdot \ddot{\phi}_1 - r_1 \cdot \ddot{\phi}_2) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Theta_{11} \cdot \ddot{\phi}_1 \\ \Theta_{22} \cdot \ddot{\phi}_2 \\ \Theta_{33} \cdot \ddot{\phi}_3 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} r_2 \cdot m_{33} (\ddot{y}_3 + r_2 \cdot \ddot{\phi}_1 - r_1 \cdot \ddot{\phi}_2) - r_3 \cdot m_{22} (\ddot{y}_2 + r_1 \cdot \ddot{\phi}_3 - r_3 \cdot \ddot{\phi}_1) + \Theta_{11} \cdot \ddot{\phi}_1 \\ r_3 \cdot m_{11} (\ddot{y}_1 + r_3 \cdot \ddot{\phi}_2 - r_2 \cdot \ddot{\phi}_3) - r_1 \cdot m_{33} (\ddot{y}_3 + r_2 \cdot \ddot{\phi}_1 - r_1 \cdot \ddot{\phi}_2) + \Theta_{22} \cdot \ddot{\phi}_2 \\ r_1 \cdot m_{22} (\ddot{y}_2 + r_1 \cdot \ddot{\phi}_3 - r_3 \cdot \ddot{\phi}_1) - r_2 \cdot m_{11} (\ddot{y}_1 + r_3 \cdot \ddot{\phi}_2 - r_2 \cdot \ddot{\phi}_3) + \Theta_{33} \cdot \ddot{\phi}_3 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

Dynamische Berechnung als Starrkörper

Durch Sortieren und symmetrische Ergänzung des Systems erhält man die Massenmatrix in allg. Form bezogen auf einen beliebigen Referenz-Koordinatenursprung:

$$\bar{\mathbf{P}}_m = \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ M_1 \\ M_2 \\ M_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & 0 & 0 & 0 & r_3 \cdot m_{11} & -r_2 \cdot m_{11} \\ 0 & m_{22} & 0 & -r_3 \cdot m_{22} & 0 & r_1 \cdot m_{22} \\ 0 & 0 & m_{33} & r_2 \cdot m_{33} & -r_1 \cdot m_{33} & 0 \\ 0 & -r_3 \cdot m_{22} & r_2 \cdot m_{33} & \begin{pmatrix} r_2^2 \cdot m_{33} \\ +r_3^2 \cdot m_{22} \\ +\Theta_1 \end{pmatrix} & -r_1 \cdot r_2 \cdot m_{33} & -r_1 \cdot r_3 \cdot m_{22} \\ r_3 \cdot m_{11} & 0 & -r_1 \cdot m_{33} & -r_1 \cdot r_2 \cdot m_{33} & \begin{pmatrix} r_3^2 \cdot m_{11} \\ +r_1^2 \cdot m_{33} \\ +\Theta_2 \end{pmatrix} & -r_2 \cdot r_3 \cdot m_{11} \\ -r_2 \cdot m_{11} & r_1 \cdot m_{22} & 0 & -r_1 \cdot r_3 \cdot m_{22} & -r_2 \cdot r_3 \cdot m_{11} & \begin{pmatrix} r_1^2 \cdot m_{22} \\ +r_2^2 \cdot m_{11} \\ +\Theta_3 \end{pmatrix} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \\ \ddot{x}_3 \\ \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \\ \ddot{\phi}_3 \end{bmatrix}$$

Dynamische Berechnung als Starrkörper

Die Erstellung der globalen Strukturmatrizen A_{glob} erfolgt durch folgende Transformation:

$$A_{\text{glob}} = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{11} & -\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{11} \\ 0 & a_{22} & 0 & -\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{22} & 0 & \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a}_{22} \\ 0 & 0 & a_{33} & \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{33} & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a}_{33} & 0 \\ 0 & -\mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{22} & \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{33} & \begin{pmatrix} \mathbf{r}_2^2 \cdot \mathbf{a}_{33} \\ +\mathbf{r}_3^2 \cdot \mathbf{a}_{22} \\ +\mathbf{a}_{44} \end{pmatrix} & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{33} & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{22} \\ \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{11} & 0 & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a}_{33} & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{33} & \begin{pmatrix} \mathbf{r}_3^2 \cdot \mathbf{a}_{11} \\ +\mathbf{r}_1^2 \cdot \mathbf{a}_{33} \\ +\mathbf{a}_{55} \end{pmatrix} & -\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{11} \\ -\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{a}_{11} & \mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{a}_{22} & 0 & -\mathbf{r}_1 \cdot \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{22} & -\mathbf{r}_2 \cdot \mathbf{r}_3 \cdot \mathbf{a}_{11} & \begin{pmatrix} \mathbf{r}_1^2 \cdot \mathbf{a}_{22} \\ +\mathbf{r}_2^2 \cdot \mathbf{a}_{11} \\ +\mathbf{a}_{66} \end{pmatrix} \end{bmatrix}$$

Dynamische Berechnung nach DIN 4024 Teil 2

Kriterien zur Vernachlässigung dynamischer Einflüsse bei periodischer Last:

Frequenzverhältnis:

Werden folgende Frequenzverhältnisse eingehalten, so kann auf die Berechnung erzwungener Schwingungen verzichtet werden.

$$f_1 \leq 0,8 \cdot f_M \quad \text{oder} \quad f_1 \geq 1,25 \cdot f_M$$

$$f_n \leq 0,9 \cdot f_M \quad \text{oder} \quad f_{n+1} \geq 1,1 \cdot f_M$$

Dynamische Berechnung nach DIN 4024 Teil 2

Konstruktive Durchbildung von Stahlbetonfundamenten

- **Das Fundament ist allseitig durch eine Fuge vom Bauwerk zu trennen**
- **Schwerpunkt aus Ständigen Lasten und vertikalen Erregerkräften sollte im Schwerpunkt der Lagerung liegen.**
- **Bewehrung $>30\text{kg/m}^3$ Beton**
- **vertikale Arbeitsfugen vermeiden**

Hammerfundamente

Auslegung – Konstruktion - Berechnung

Beispiele:

Hammerfundamente – 2000 kg-Bär, auf Kork

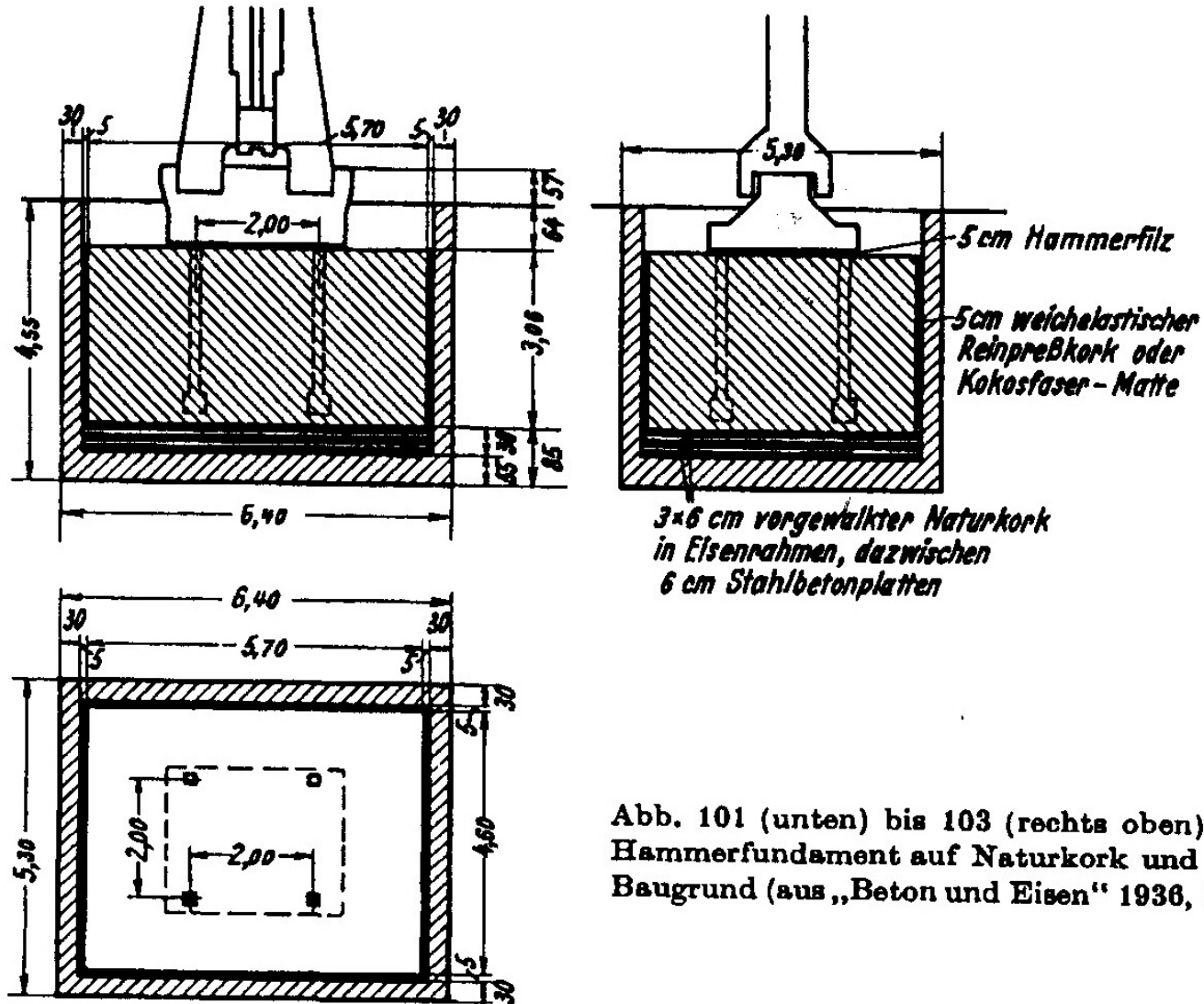


Abb. 101 (unten) bis 103 (rechts oben).
Hammerfundament auf Naturkork und
Baugrund (aus „Beton und Eisen“ 1936, S. 41)

Hammerfundamente – 2000 kg-Bär, auf Federn

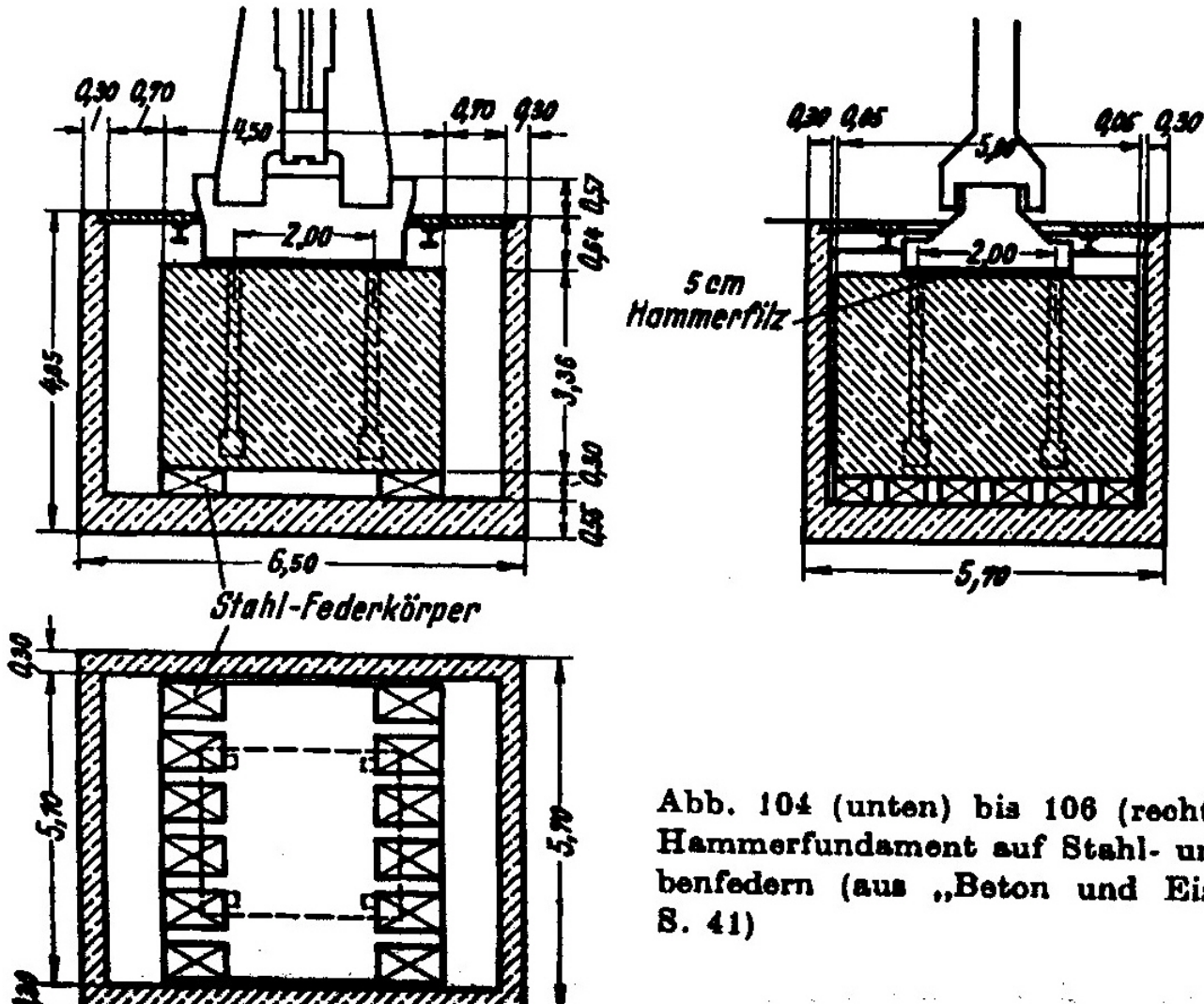
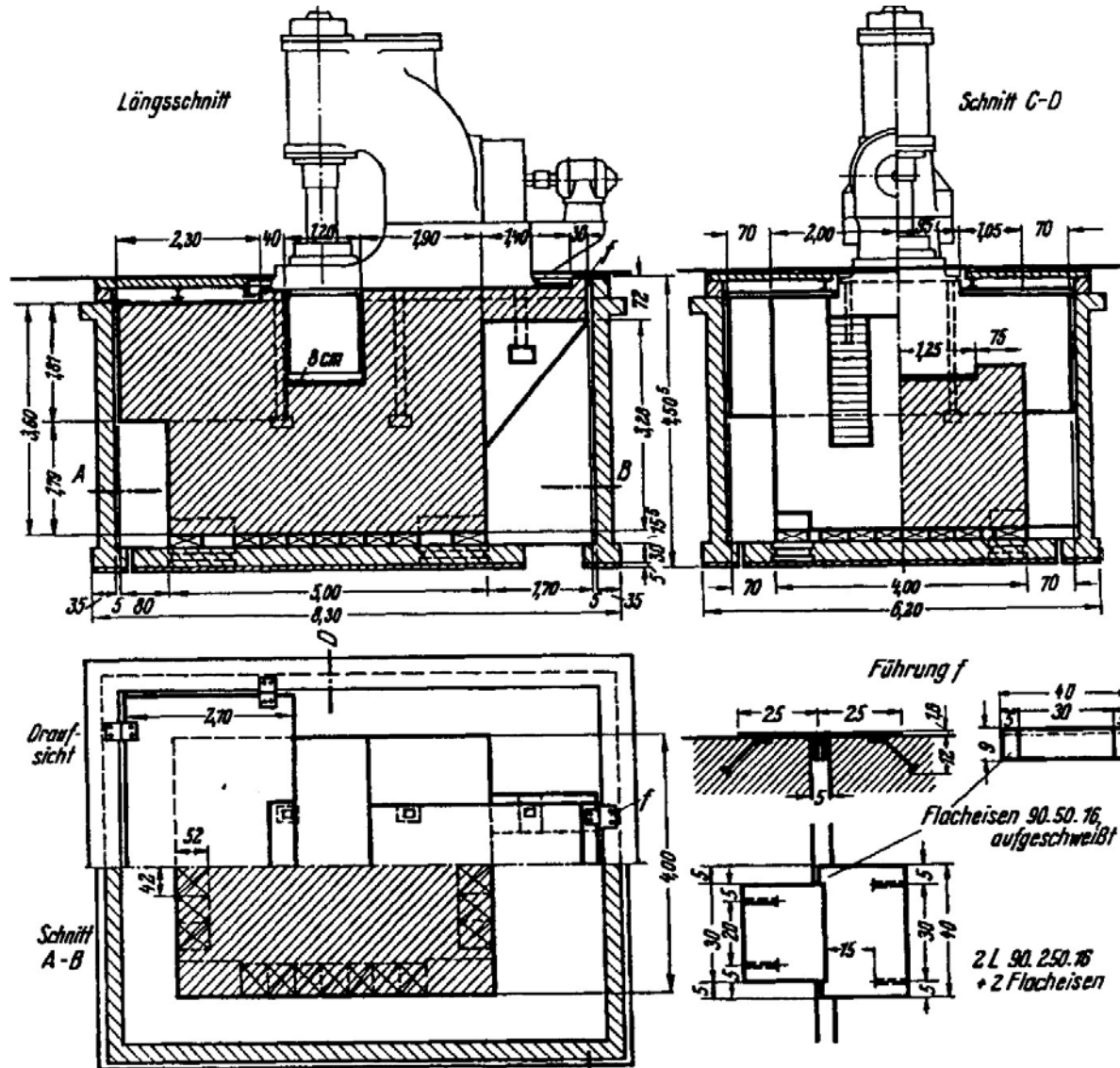
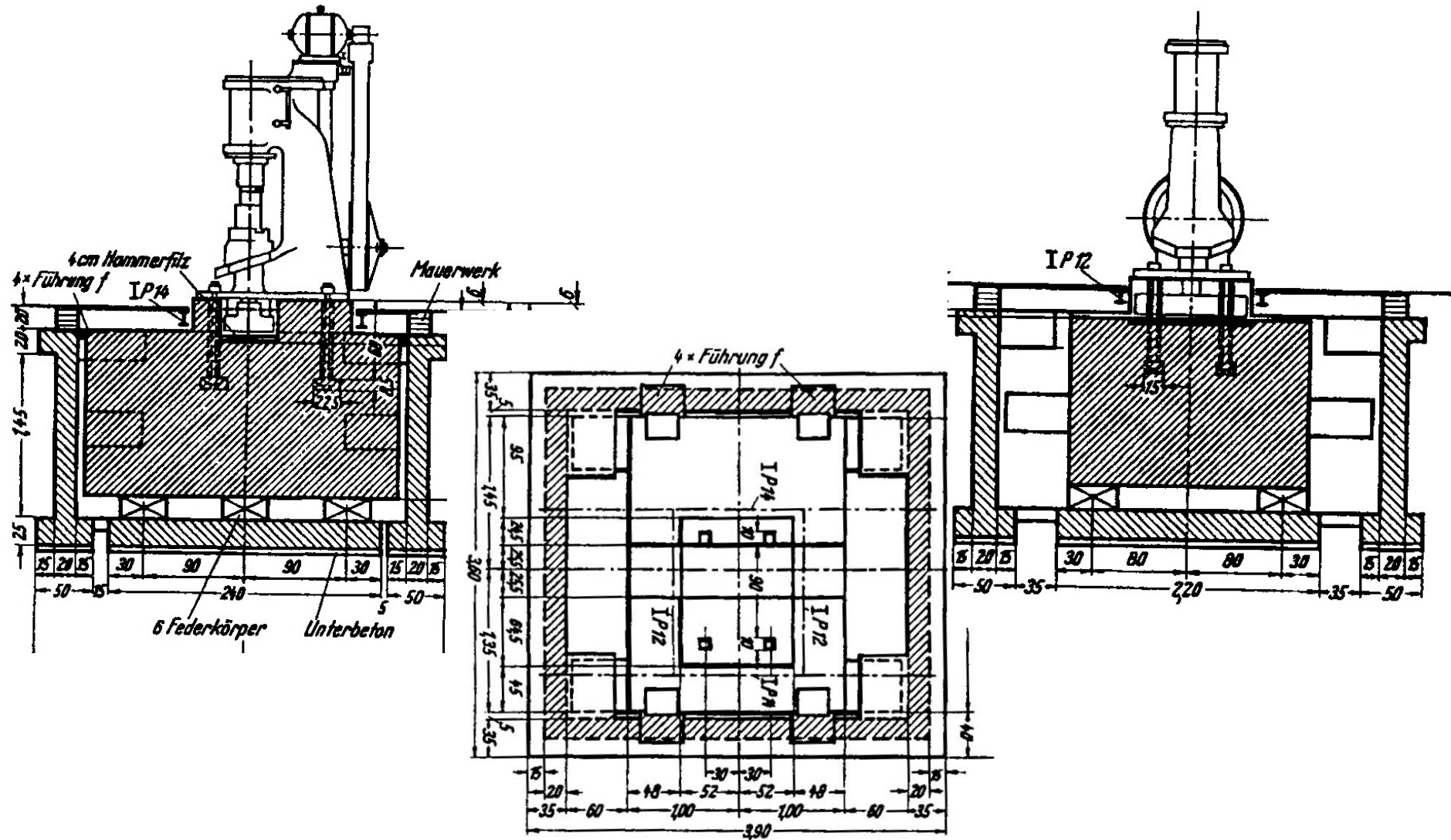


Abb. 104 (unten) bis 106 (rechts oben),
 Hammerfundament auf Stahl- und Schraub-
 federn (aus „Beton und Eisen“ 1935,
 S. 41)

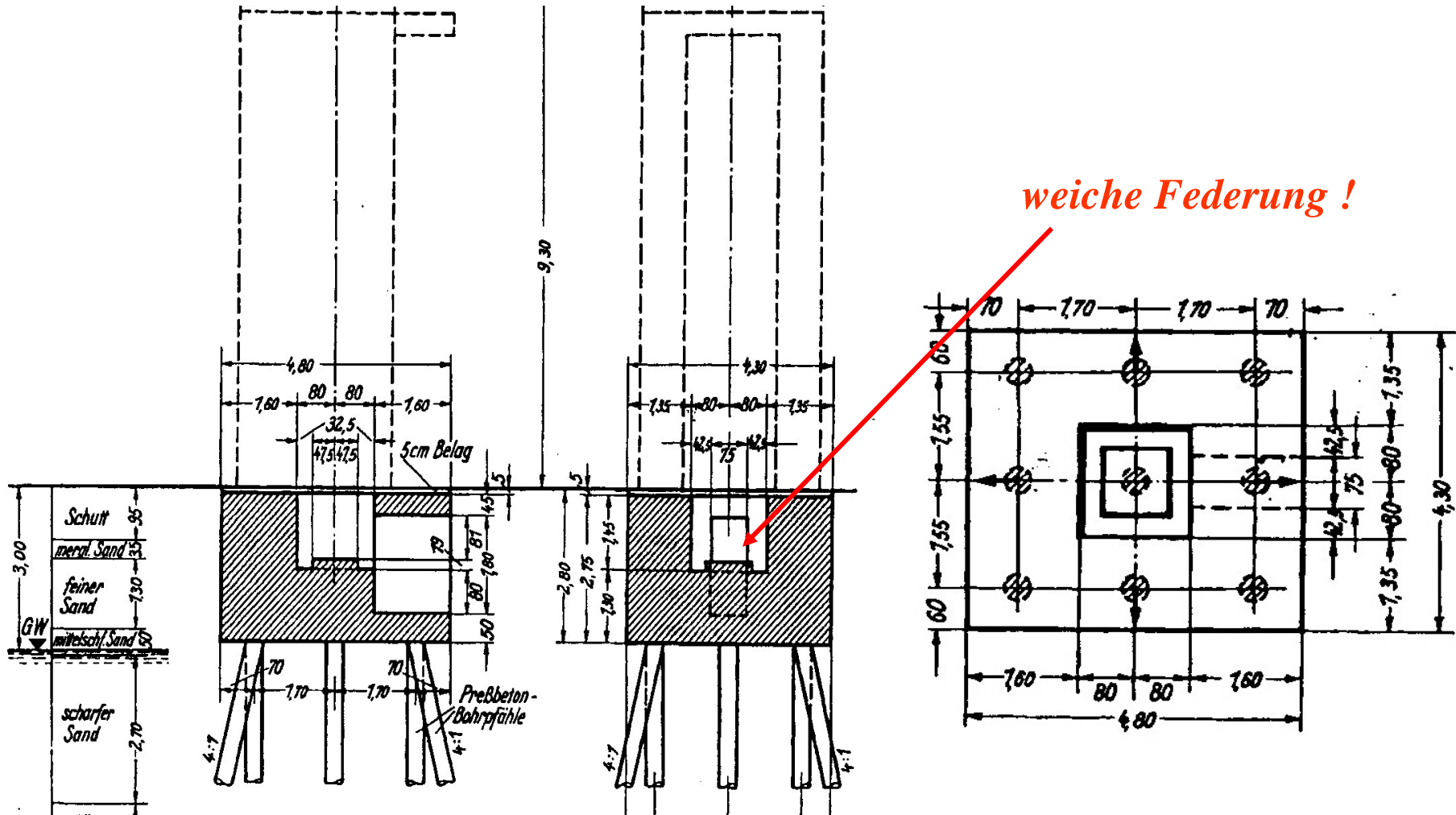
Hammerfundamente – 1500 kg-Bär, auf Federn



Hammerfundamente - für Schnellschlaghammer, 100 kg-Bär



Hammerfundamente – 8000 kg-Bär, auf Pfählen mit Zwischenfeder



Auslegung und Konstruktion von Hammerfundamenten

- **Besonders zu beachten:**

- **Beanspruchungen der Fundamentunterlage (Baugrund, Pfähle, ...) müssen begrenzt werden.**
- **Vermeidung von Erschütterungsübertragungen (aktive Isolierung)**
- **Fugenausbildung muss den Schutz des Fundaments und der Zwischenlagen gewährleisten**
- **Fundament ist auf die einwirkenden Kräfte zu bemessen**
- **Der Schmiedewirkungsgrad soll gut sein.**
- **Die Durchsenkung infolge Hammerschlag soll möglichst klein sein.**

Auslegung und Konstruktion von Hammerfundamenten

• konstruktive Hinweise für das Fundament:

- **ausreichen groß**
- **weiche Lagerung auf elastischer Schicht oder Federpaketen**
- **Ausrichtung der Schlaglinie über dem Schwerpunkt der Lagerung**
- **Fugenausbildung muss den Schutz des Fundaments und der Zwischenlagen gewährleisten**
- **Fundament ist auf die einwirkenden Kräfte zu bemessen**
- **Der Amboß sollte min. 20 mal so schwer wie der Bär sein.**
- **Werden Federn zwischen Amboß und Fundament angeordnet, so sind diese Zugfest auszubilden.**

Vordimensionierung:

$$m_1 \geq 20 \cdot m_0$$

$$m_2 \geq 75 \cdot m_0 \left(\frac{v_0}{5.60 \text{ m/s}} \right)^2 = 75 \cdot m_0 \frac{h}{1.60 \text{ m}}$$

Auslegung und Konstruktion von Hammerfundamenten

Dynamische Näherungsberechnung der Beanspruchungen

$$E = m_0 \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m_0 \cdot v_0^2 \Rightarrow \text{Aufprallgeschwindigkeit } v_0 = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Anfangsgeschwindigkeit des Amboß:

$$v_1 = \frac{1 + \varepsilon}{1 + \frac{m_1}{m_0}} \cdot v_0 \quad \text{mit } \varepsilon = 0.3 \dots 0.7 \text{ Stoßbeiwert}$$

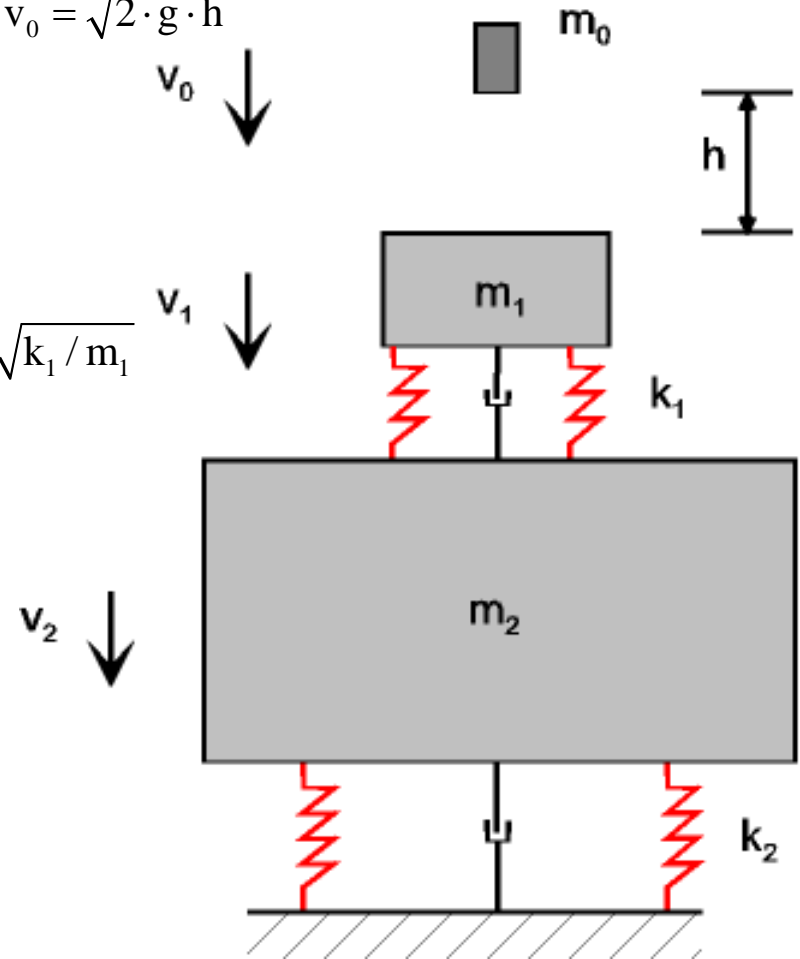
$$\text{Annahme: } m_0 \ll m_1, \quad 5 \cdot \left\{ \omega_2 = \sqrt{k_2 / (m_1 + m_2)} \right\} < \omega_1 = \sqrt{k_1 / m_1}$$

$$E = \frac{1}{2} m_1 \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} k_1 \cdot \delta_1^2 \Rightarrow \delta_1^2 = \frac{m_1 \cdot v_1^2}{k_1} = \frac{v_1^2}{\omega_1^2}$$

$$F_{k,1} = k_1 \cdot \delta_1 = k_1 \cdot \frac{v_1}{\omega_1}$$

$$\delta_2^2 = \frac{(m_1 + m_2) \cdot v_2^2}{k_2} = \frac{v_2^2}{\omega_2^2} \quad \text{mit} \quad v_2 = \frac{1 + \varepsilon}{1 + \frac{m_1 + m_2}{m_0}} \cdot v_0$$

$$F_{k,2} = k_2 \cdot \delta_2 = k_2 \cdot \frac{v_2}{\omega_2}$$



Auslegung und Konstruktion von Hammerfundamenten

Berücksichtigung von Stoßfolgen:

Bei *Stoßfolgen* ist besondere Sorgfalt geboten, da diese nicht mit einer harmonischen Anregung vergleichbar sind. Es empfiehlt sich, ein Frequenzverhältnis wie folgt einzuhalten. In diesem Fall entspricht die Antwort der Struktur der Antwort bei nur einem Stoß.

$$\frac{\text{Systemeigenfrequenz}}{\text{Schlagzahl}} = \frac{f_e}{f_M} \approx 0,5 + i, \quad i = 1, 2, 3 \dots$$

