

*Renato Eusani*

**Tragwerksdynamik 2**  
**Baupraktische Anwendungen**

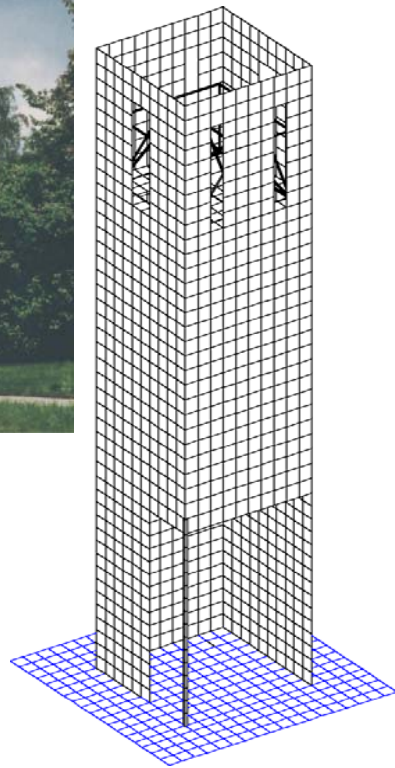
*Lecture 1:*

**Glockentürme**  
**Berechnung und Konstruktion**

# Überblick

- **Einleitung & Problemstellung**
- **Dynamische Einwirkungen**
  - **Ermittlung der Lager- und Erregerkräfte der Glocken**
  - **Glockenfrequenzen und Glockenkennwerte**
- **Baustoffe und Gründung**
- **Dynamische Berechnung der Beanspruchungen im Bauwerk**
  - **Berechnung als S-DOF-System**
  - **Berechnung als M-DOF-System**
- **Konstruktion:**
  - **Konstruktive Durchbildung**
  - **Normative Anforderungen**
  - **Nachweise**
- **Schwingungsmessungen**

# Einleitung



# Problem: beschädigtes Gefüge



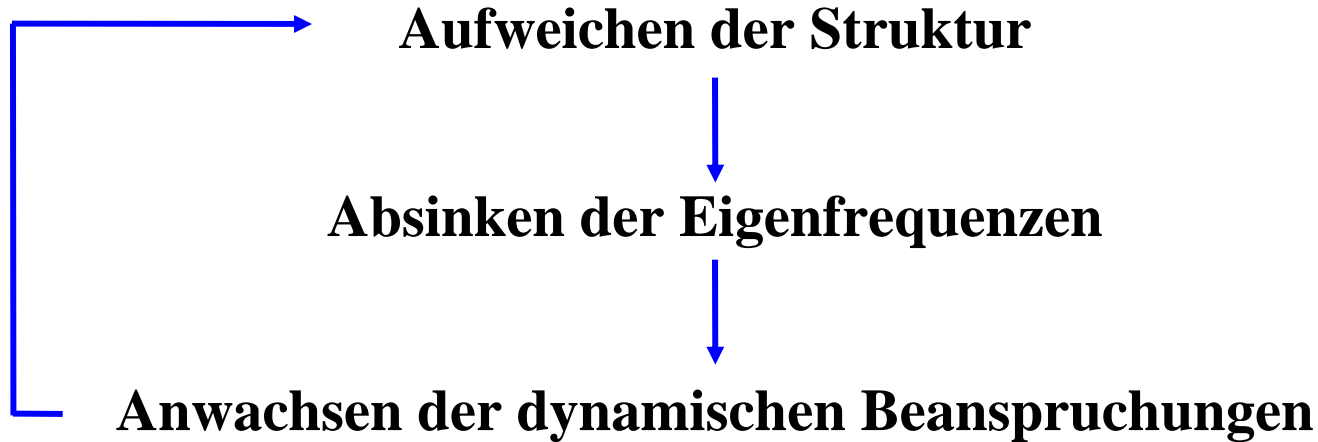


# Problem: beschädigtes Gefüge



# Typische Probleme

- schlechte Gründungsverhältnisse / zu kleine Fundamente
- Gefügeschädigung



- Einbau von zu großen / nicht geeigneten Glocken

# Dynamische Einwirkungen

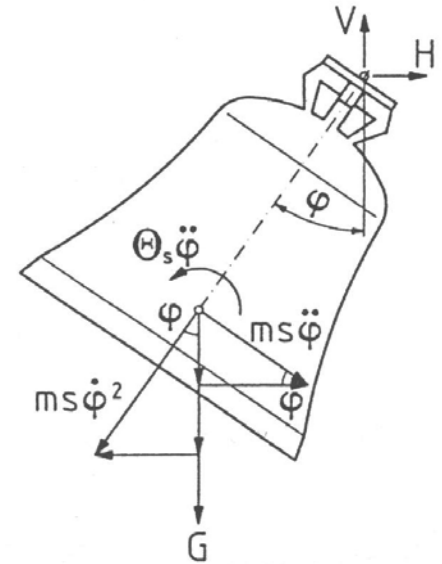
## Herleitung der Bewegungs-DGL:

$$\sum M \overset{!}{=} 0 = G \cdot s \cdot \sin \varphi + m \cdot s \cdot \ddot{\varphi} \cdot s + \Theta_s \cdot \ddot{\varphi}$$

$$\sum V \overset{!}{=} 0 = V - G - m \cdot s \cdot \ddot{\varphi} \cdot \sin \varphi - m \cdot s \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \cos \varphi$$

$$\sum H \overset{!}{=} 0 = H + m \cdot s \cdot \ddot{\varphi} \cdot \cos \varphi - m \cdot s \cdot \dot{\varphi}^2 \cdot \sin \varphi$$

s: Abstand zwischen Glockenschwerpunkt und Drehachse



## Die nichtlineare Bewegungs- DGL lässt sich in folgende Form bringen:

$$\ddot{\varphi} + \frac{G \cdot s}{\Theta_s + m \cdot s^2} \sin \varphi = 0 \quad \rightarrow \varphi(t)$$

# Dynamische Einwirkungen

Da die Summe aus kinetischer Energie und potentieller Energie beim Ausschlagwinkel gleich der potentiellen Energie im Maximalausschlag sein muss, gilt:

$$E_{\text{kin}}(\varphi) + E_{\text{pot}}(\varphi) = E_{\text{kin}}(\alpha) + E_{\text{pot}}(\alpha) = 0 + E_{\text{pot}}(\alpha)$$

$$V(\varphi) = \frac{G \cdot m \cdot s^2}{\Theta_s + m \cdot s^2} (3 \cos^2 \varphi - 2 \cos \varphi \cdot \cos \alpha - 1) + G$$

$$H(\varphi) = \frac{G \cdot m \cdot s^2}{\Theta_s + m \cdot s^2} \left( \frac{3}{2} \sin 2\varphi - 2 \sin \varphi \cdot \cos \alpha \right)$$

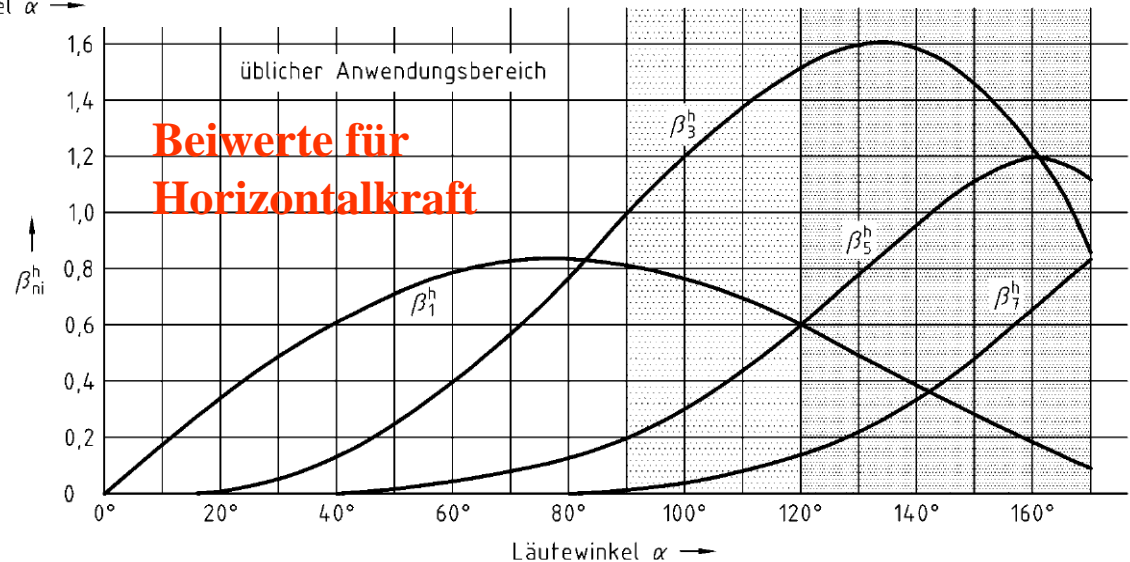
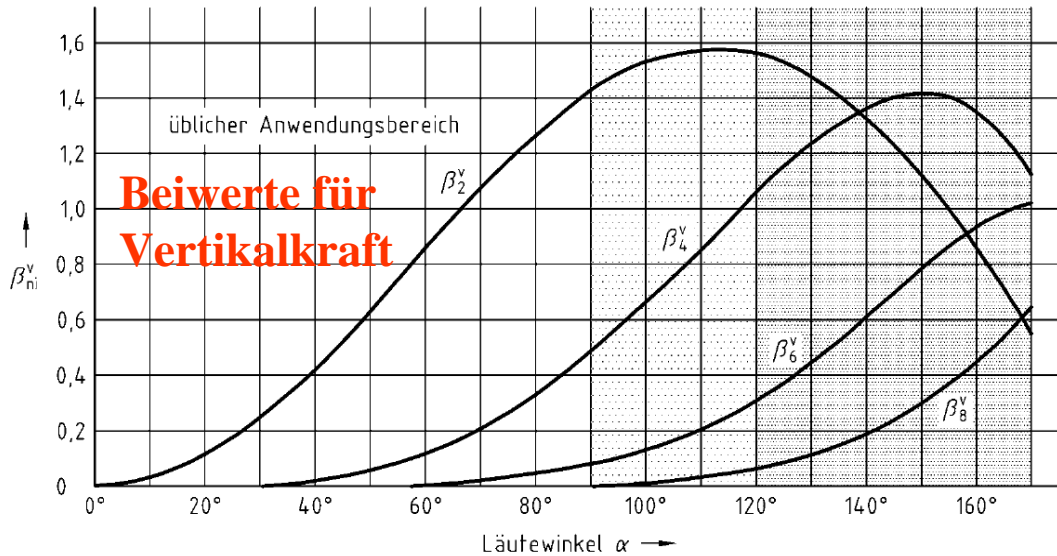
$\varphi(t)$  beinhaltet eine Jakobi'sche elliptische Sinusfunktion, sie lässt sich durch einen Fourier-Reihenansatz annähern. Eingesetzt in  $V(\varphi)$  und  $H(\varphi)$  ergibt sich:

$$V(t) = c \cdot G \cdot \sum_i \beta_i^v \cdot \cos(\Omega_i \cdot t), \quad i = 2, 4, 6, 8, \dots$$

$$H(t) = c \cdot G \cdot \sum_i \beta_i^h \cdot \sin(\Omega_i \cdot t), \quad i = 1, 3, 5, 7, \dots$$



# Dynamische Einwirkungen



# Dynamische Einwirkungen

$$\Omega = \frac{\pi \cdot n}{30} = \frac{\pi \cdot a}{60} \left[ \frac{\text{rad}}{\text{s}} \right]$$

a Klöppelanschlagzahl [1/min]

n = a/2 Glockenschwingzahl [1/min]

$\omega$  Kreisfrequenz

$$\Omega_i = i \cdot \omega$$

$\omega_i$  harmonische Anteile

$$c = \frac{m \cdot s^2}{\Theta_s + m \cdot s^2}$$

c Formbeiwert:  
dieser ergibt sich aus der Massenträgheit der Glocke, bezogen auf die Schwerachse parallel zur Drehachse der Glockenmasse mit dem Abstand s zwischen Glockenschwerpunkt und Drehachse.

# Baustoffe

- **Stahlbeton:**

- **min C 25/30 nach DIN 1045-1**
- **Verwendung der statischen E-Moduli nach DIN 1045-1**
- **Dämpfung:  $\xi = 1\%$**

- **Mauerwerk:**

- **min. Steinfestigkeitsklasse 8MN/m<sup>2</sup>, MGIIa**
- **dynamische E-Moduli nach DIN 4178, Tab. 1:**

| Steinfestigkeit<br>MN/m <sup>2</sup> | Mörtelgruppe | E <sub>dyn</sub><br>MN/m <sup>2</sup> |
|--------------------------------------|--------------|---------------------------------------|
| 8                                    | IIa          | 3000-7000                             |
|                                      | III          | 4000-8000                             |
| 12                                   | IIa          | 4000-8000                             |
|                                      | III          | 5000-10000                            |
| 20                                   | IIa          | 7000-11000                            |
|                                      | III          | 8000-12000                            |

- **Dämpfung:  $\xi = 1,5\%$**

# Baustoffe

- **Holz:**

- **Nadelholz: min. S10, Festigkeit C24 (DIN 4178 -1)**
- **Laubholz: min. LS10, Festigkeitsklasse C35 (DIN 4178-1)**
- **Verwendung der statischen E-Moduli Nachweise**
- **Dämpfung:  $\xi = 2,0\%$**

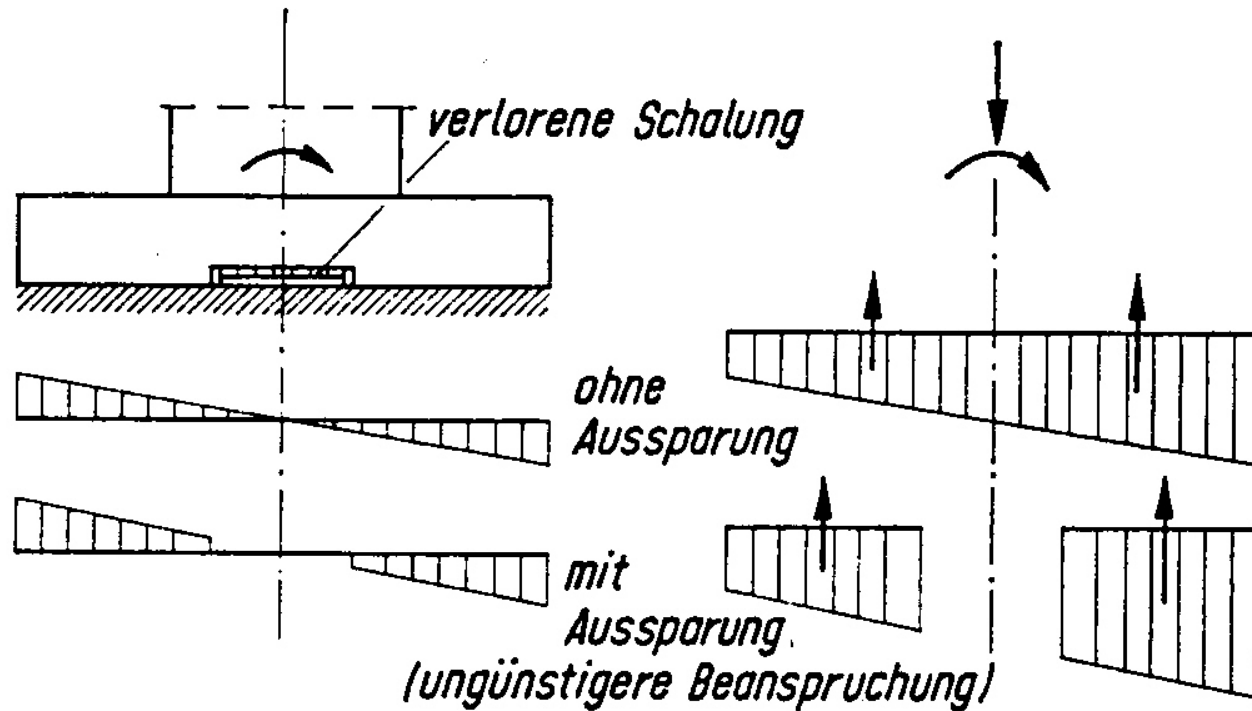
- **Stahl:**

- **min. S235 oder S355 nach DIN EN 10025**
- **dynamische E-Moduli nach DIN 18800**
- **Dämpfung:  $\xi = 1,0\%$  geschraubt**
- **Dämpfung:  $\xi = 0.5\%$  HV-geschraubt, geschweißt**

# Gründung

## • Problem:

- **Elastische Einspannung hat großen Einfluss auf die Eigenfrequenzen (ca. 20%)**
- **Steifigkeitswerte des Bodens streuen sehr stark**





# Gründung

## Verfahren 1 (z. B. nach F.-P.-Müller):

$$C_B = \frac{E_{s,dyn}}{f \cdot \sqrt{A_{brutto}}} \left[ \frac{MN}{m^3} \right]$$

f: Beiwert, der von den Seitenabmessungen der Grundfläche abhängt. Häufig:  $f = 0,40$

$$K_Z = C_B \cdot A_{netto}$$

$A_{brutto}$ : Fläche des Fundaments (Außenkanten)

$A_{netto}$ : Auflagerungsfläche des Fundaments

$$K_\varphi = 1,0(\text{bis } 2,0) \cdot C_B \cdot I_{A,netto}$$

$I_{A,netto}$ : Trägheitsmoment der Auflagerungsfläche

## Verfahren 2 (z. B. DIN 4178):

$$K_\varphi = \frac{8Gr_0^3}{3(1-\nu)} \quad [MNm]$$

a,b: Außenmaße der Gründung

$$r_0 = \sqrt[4]{a^3 b / (3\pi)}$$

# Gründung

| Bodenart   | $G_{\text{dyn}}$<br>[MN/m <sup>2</sup> ] | Querdehnzahl<br>$\nu$ | $E_{\text{S,dyn}}$<br>[MN/m <sup>2</sup> ] |
|--|--|-----------------------|--|
| Sand, mitteldicht                                      | 20-60                                    | 0,3                   | 60-150                                     |
| Sand, dicht  | 50-110                                   | 0,3                   | 150-300                                    |
| Kiessand, ungleichförmig                               | 70-150                                   | 0,3                   | 200-400                                    |
| Kies, dicht  | 100-170                                  | 0,3                   | 300-450                                    |
| Geröll, Steine, Schotter, sandfrei                     | 100-200                                  | 0,35                  | 300-600                                    |
| Ton, steif   | 10-25                                    | 0,45                  | 35-70                                      |
| Ton, halbfest  | 20-50                                    | 0,45                  | 70-140                                     |
| Ton, fest  | 40-90                                    | 0,45                  | 140-280                                    |
| sandiger Ton, halbfest (Lehm,<br>Geschiebemergel, Löß) | 20-50                                    | 0,40                  | 75-120                                     |
| sandiger Ton, steif (Geschiebelehm,<br>Lößlehm)        | 10-30                                    | 0,40                  | 40-80                                      |

# Gründung

- **Dämpfung:**
  - ergibt sich aus Abstrahl- und Materialdämpfung
  - Mindestwert für die Kippschwingungen:  $\xi = 2,0\%$
  - **Gesamtdämpfung: Bestimmung durch Wichtung über die Verformungsanteile Kippung / Biegung**

# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

- **Neubauten**
  - **Berechnung bei Neubauten notwendig und sinnvoll.**
- **Bestandsbauwerke**
  - **Materialeigenschaften zumeist nicht bekannt.**
  - **Deshalb können bestehende Bauwerke zumeist durch eine Berechnung nicht hinreichend genau erfasst werden.**
  - **Hier sind Schwingungsmessungen zum Kalibrieren des Rechenmodells erforderlich.**
- **Insbesondere bei Mauerwerk ist mit einem Abfall der Steifigkeit durch Beanspruchung und somit der Eigenfrequenzen von bis zu 20% zu rechnen.**

# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung*

- Das Rechenmodell muss
  - in der Lage sein, alle Räumlichen Eigenformen des Turms bis zur 5. Teilschwingung der Glocken *angemessen* darzustellen,
  - die Nachgiebigkeit der Gründung *angemessen* erfassen.
- Die Elastizität des Glockenstuhls ist in dem Modell zur Berechnung der Turmschwingungen zu vernachlässigen.
- Bei aufgelösten Strukturen (Skelettbauten, Fachwerken) oder Türmen mit stabförmigem Gesamtverhalten bieten sich Stabmodelle an.
- Verteilte Massen dürfen in konzentrierte Punktmassen umgerechnet werden, gleichmäßig verteilte Einzelmassen können verschmiert abgebildet werden.



# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung*

- **Ersatzlastverfahren – Modellierung als S-DOF-System:**
  - **Glockenkräfte werden im oberen Drittel des Turms eingeleitet.**
  - **Die Schwingungshauptachsen sind bekannt, die Glockenkräfte werden in diese zerlegt.**
  - **Es wird jeweils nur ein Mode angeregt.**

Für die n-te Glocke sind die Ersatzlasten wie folgt zu ermitteln:

$$\eta_i = \frac{\Omega_i}{\omega} \quad \text{mit } i = 1, 3, 5, 7, \dots$$

$$DLF_i(\eta_i) = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta_i^2)^2 + \left(\frac{\delta}{\pi} \cdot \eta_i\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{(1 - \eta_i^2)^2 + 2 \cdot \zeta \cdot \eta_i^2}}$$

$$H_n^{\text{ers}} = 1,1 \cdot c_n \cdot G_n \cdot \max \left\{ \sum_{i=1}^5 \beta_{ni}^h \cdot DLF_{ni}(\eta_{ni}) \cdot \sin(\Omega_{ni} \cdot t) \right\}$$

**Erfassung von Modellungenauigkeiten**

# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung*

- **3-D-Modellierung:**

- Erfassung von gekoppelten Schwingungen
- Statik und Dynamik mit einem identischen Modell
- Berechnung der Schnittgrößen über Modale Analyse oder direkte Zeitintegrationsverfahren.

- **Diskretisierung:**

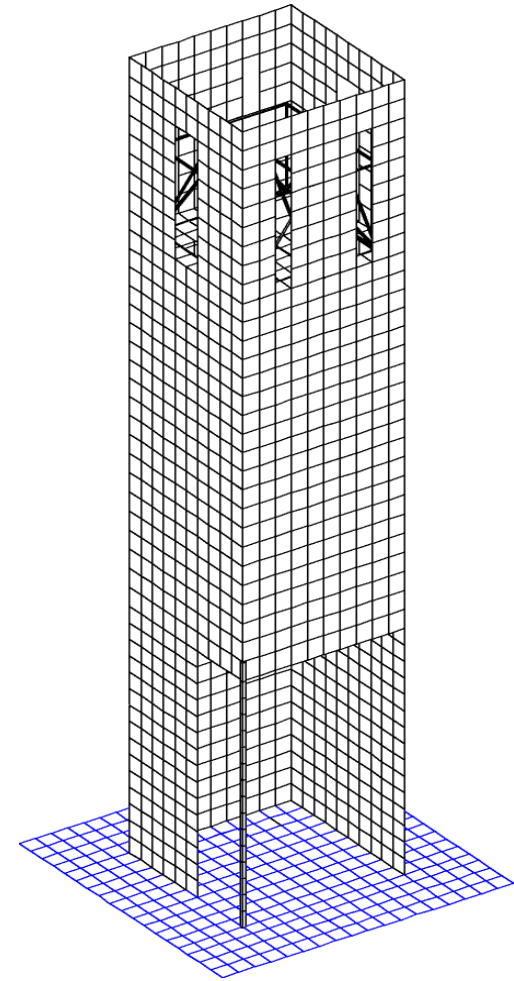
- Räumliche Balkenmodelle oder
- Faltwerks-/Schalenmodelle

- **Zeitintegration mit Lastfunktion**  $H_n(t) = c_n \cdot G_n \cdot \left\{ \sum_{i=1}^5 \beta_{mi}^h \cdot \sin(\Omega_{mi} \cdot t) \right\}$

# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung - Beispiele*

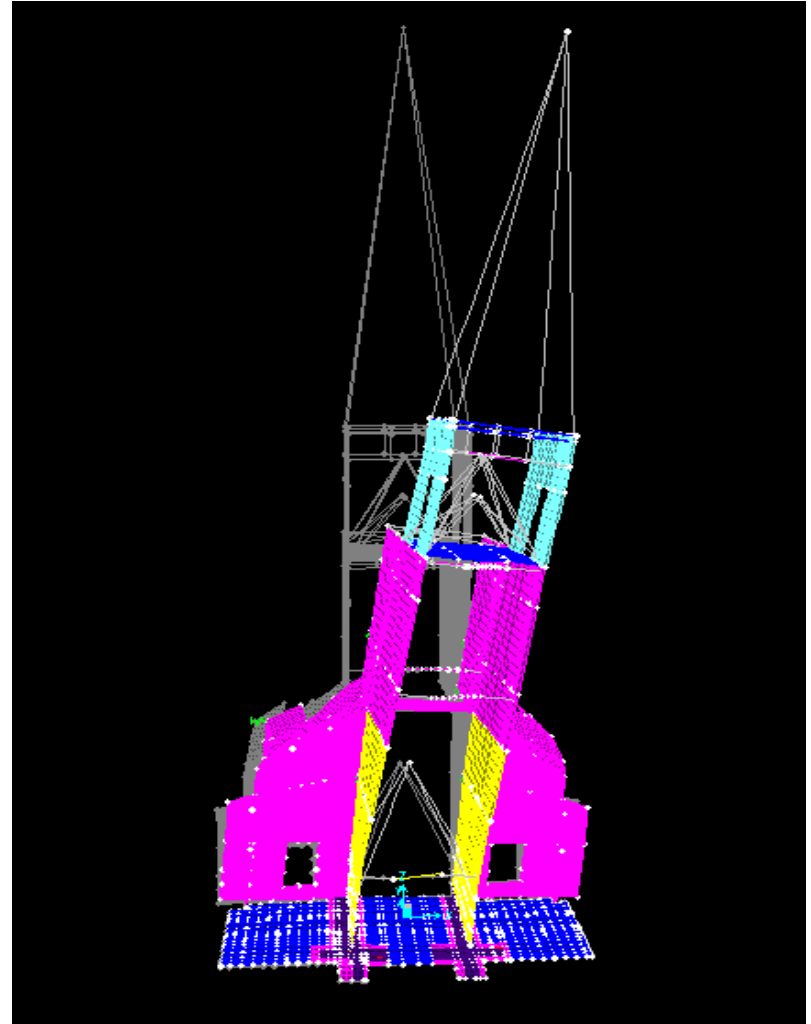
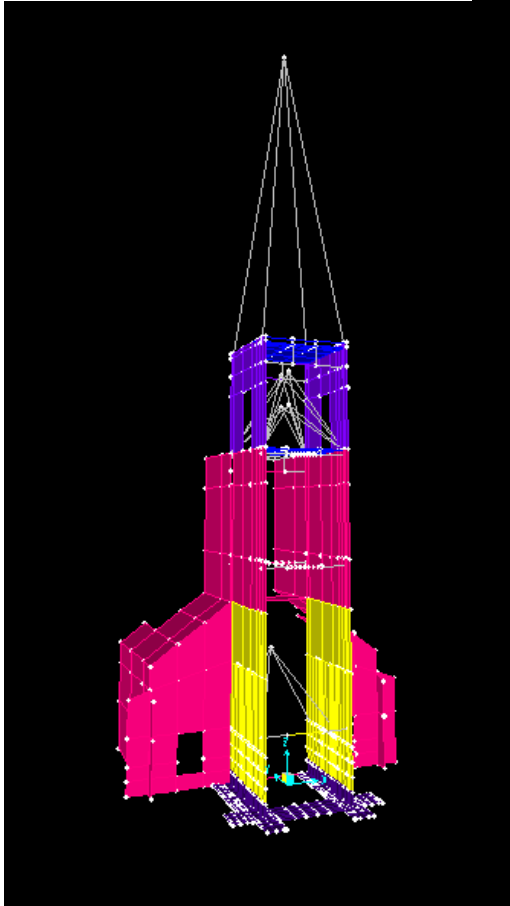
**Schalenmodell zur Erfassung von  
Torsionsschwingungen (Wölbtorsion)  
im Erdgeschoss**



# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung - Beispiele*

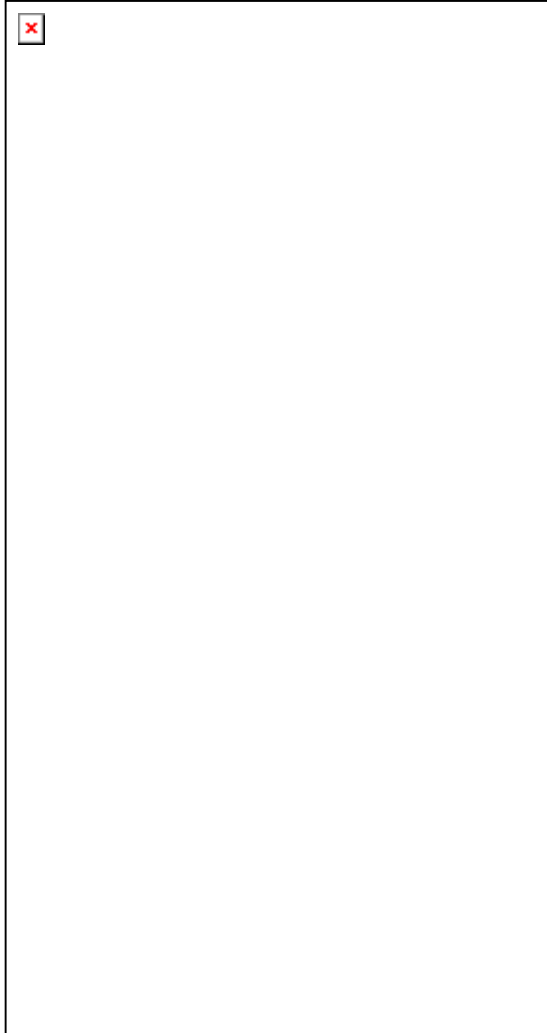
### Kombiniertes Schalen-/Balkenmodellmodell



# Dynamische Berechnung der Beanspruchungen

## *Modellbildung - Beispiele*

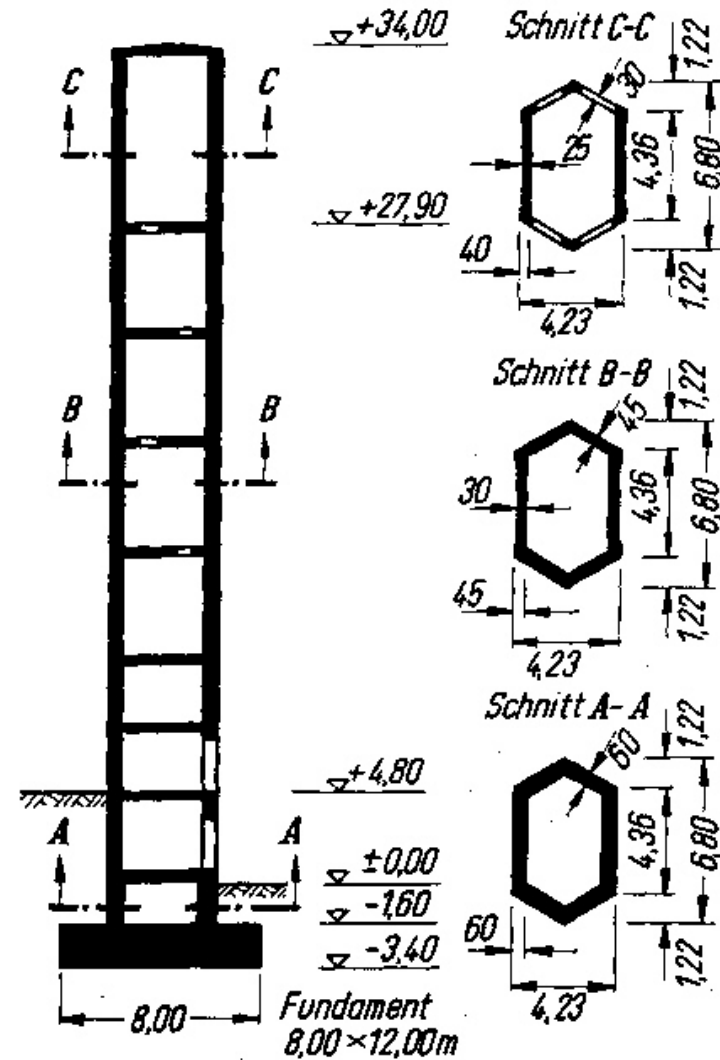
**Stabmodell:**





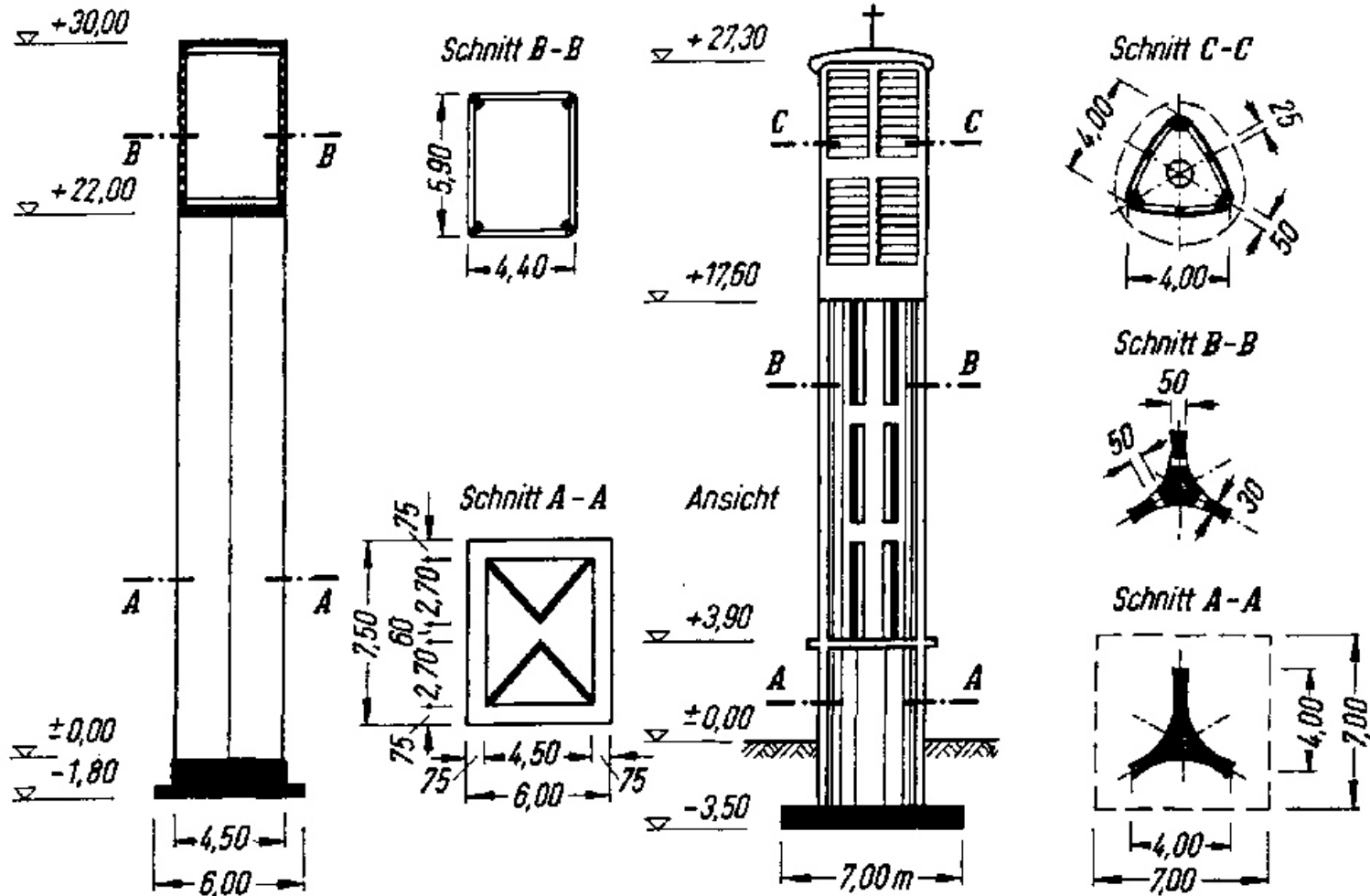
# Konstruktive Durchbildung

Prinzip 1:  
Steifigkeit soll nach  
unten zunehmen



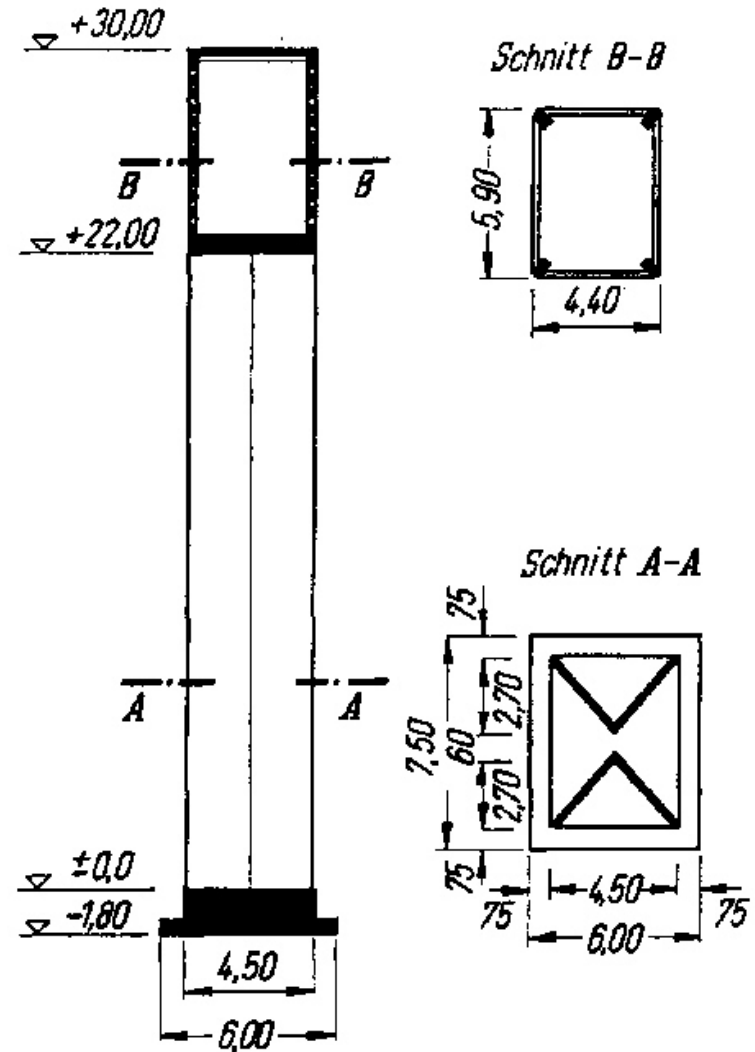
# Konstruktive Durchbildung

Prinzip 2: **Massenkonzentration am Kopf ist ungünstig!**



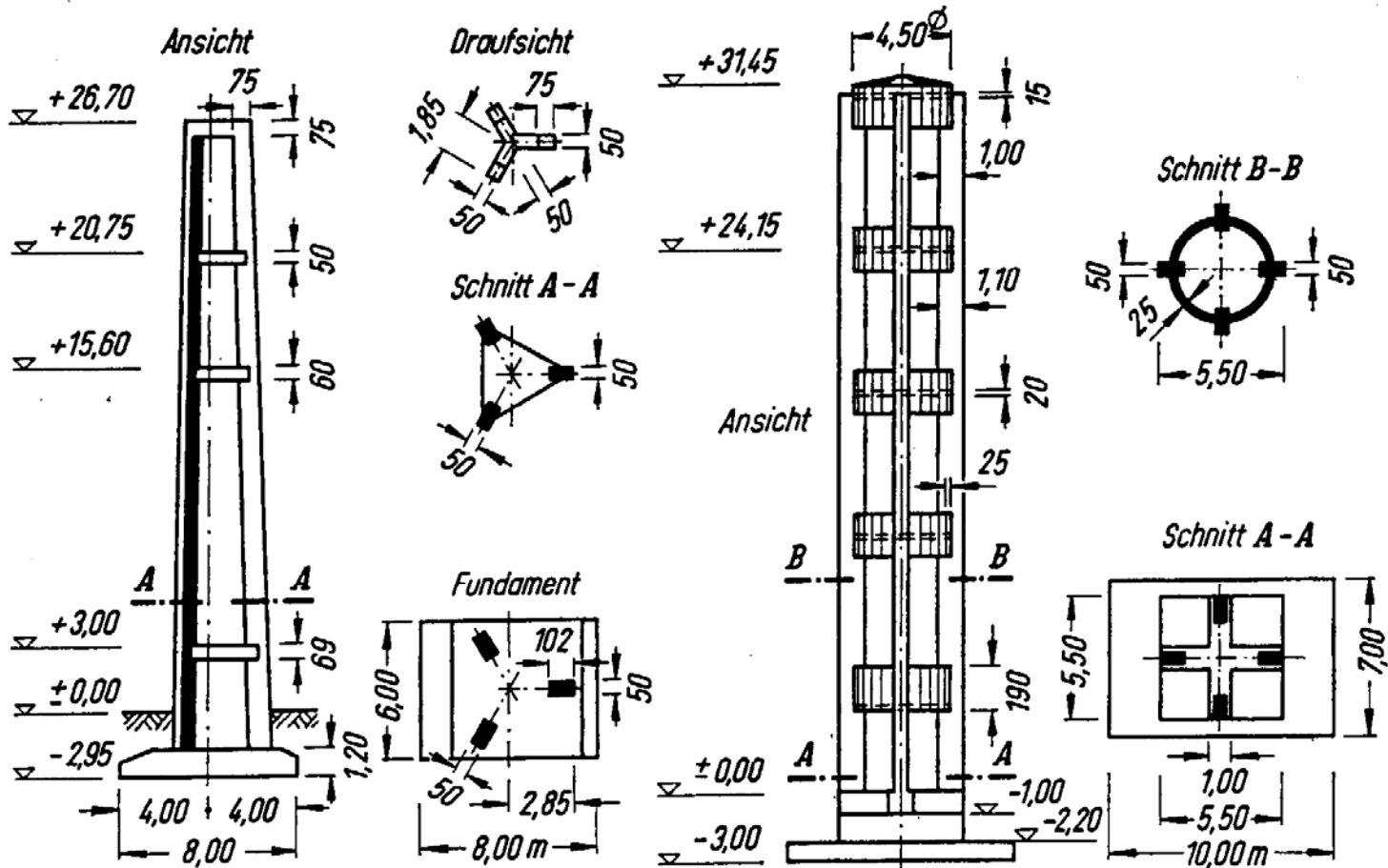
# Konstruktive Durchbildung

**Prinzip 3:**  
Torsionsweiche Querschnitte  
sind insbesondere bei exzentrischer  
Glockenaufhängung  
problematisch!



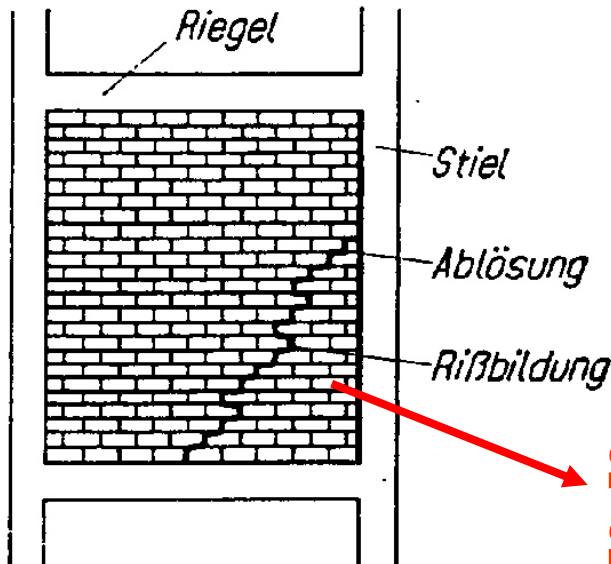
# Konstruktive Durchbildung

**Prinzip 4:** Bei aufgelösten Tragwerken, insbesondere mit weichen Erdgeschossen, sind die Rahmenwirkungen zu erfassen.

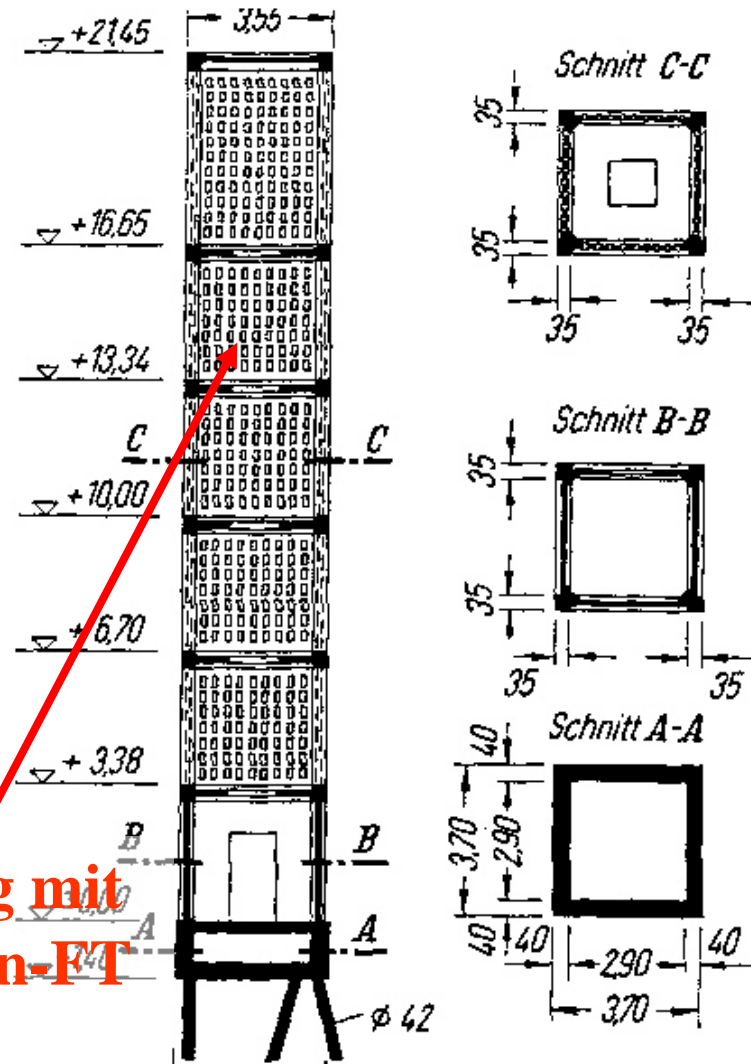


# Konstruktive Durchbildung

**Prinzip 5: Die Steifigkeit gemauerter Ausfachungen kann nicht gewährleistet werden. Sie tragen meist nicht ausreichend mit.**



**Sanierung mit Stahlbeton-FT**

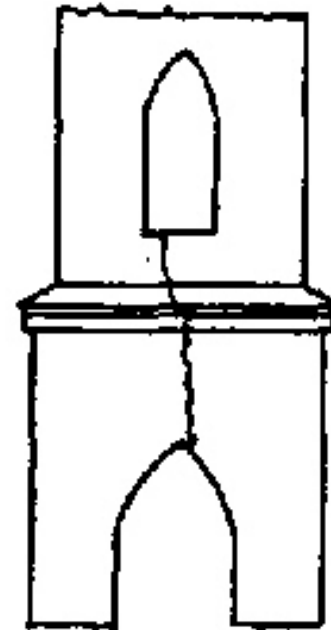
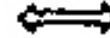


# Konstruktive Durchbildung

## Prinzip 6: Mauerwerkstürme

- Zugspannungen im MW sind zu vermeiden
- Vormauerschalen bringen Masse, jedoch kaum Steifigkeit
- Abfall der Eigenfrequenzen unter Last ist zu beachten
- In Läuterichtung sollen die Wandscheiben geschlossen sein.

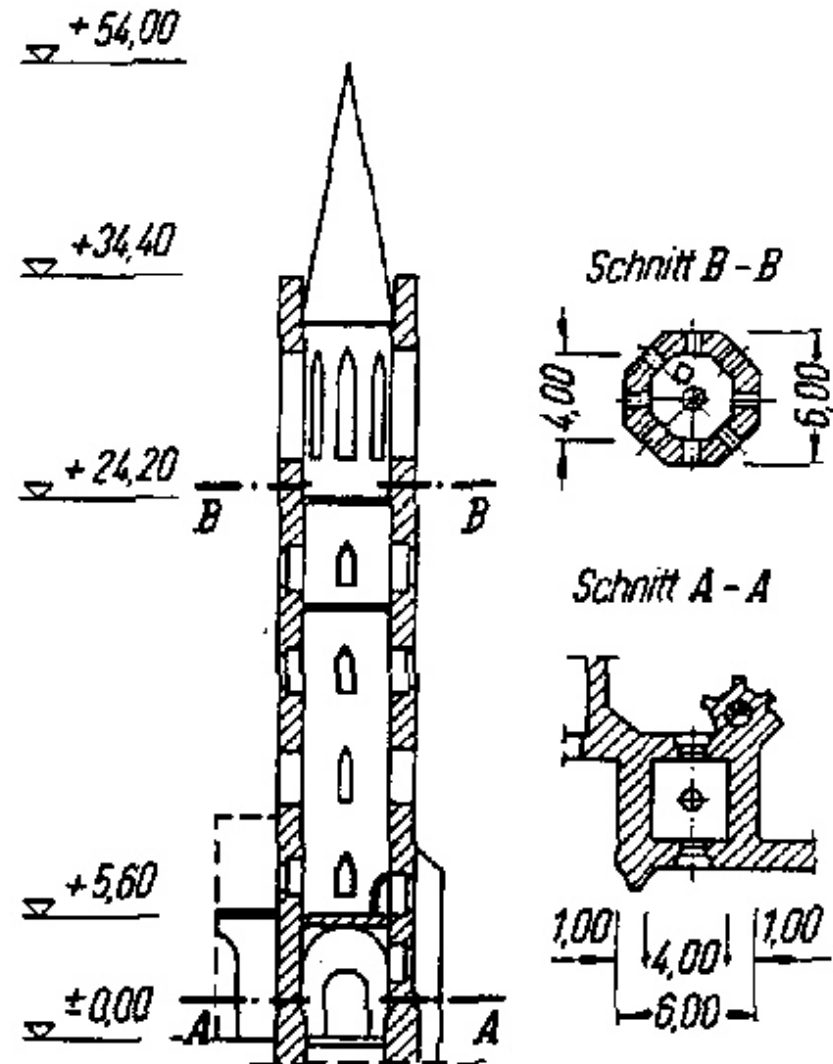
*Glockenschwingrichtung*



# Konstruktive Durchbildung

## Prinzip 7: Mauerwerkstürme

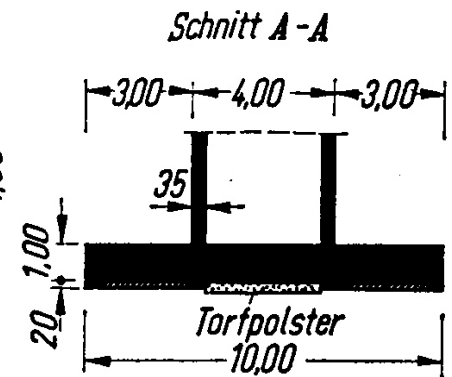
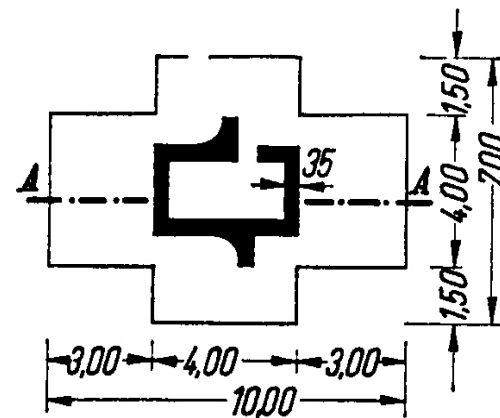
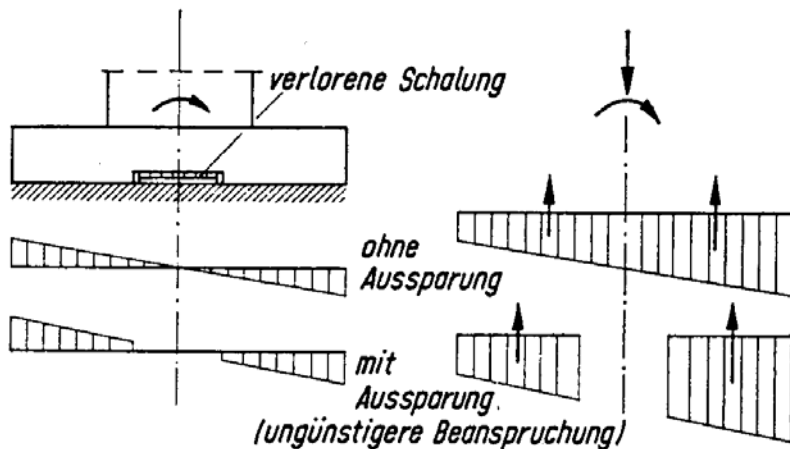
Anbindung an das Kirchenschiff  
ist *nicht unendlich steif* !! Daher  
ist auch hier auf eine ausreichend  
große Gründung zu achten



# Konstruktive Durchbildung

## Prinzip 8: Flachgründung

- **Ausreichende Länge:**  $\frac{h_{\text{Turm}}}{l_{\text{Fund}}} \approx 2.5 \dots 3.5$
- **bei weichem Baugrund Aussparung vorsehen, um Reiten auf dem Baugrund zu verhindern**

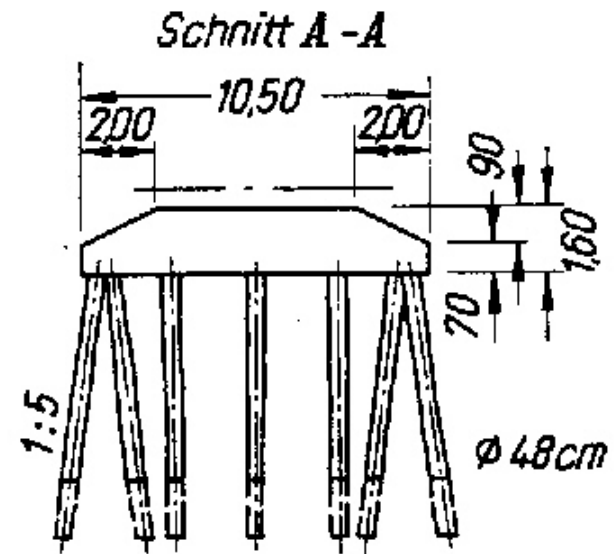
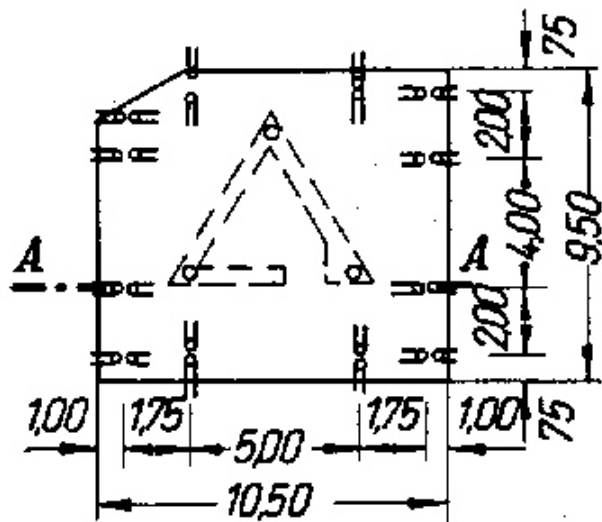




# Konstruktive Durchbildung

## Prinzip 8: Pfahlgründung

- ausschließlich lotrechte Pfähle sind nicht ausreichend
- Pfähle müssen Vertikal- und Horizontallasten abtragen
- Bei der Herstellung der Pfähle gelten besondere Genauigkeitsanforderungen, um nicht zusätzliche Exzentritäten hervorzurufen.



# Konstruktive Durchbildung

## *normative Anforderungen*

### Auslegung:

- Hochabstimmung gegenüber der 3. Glockenteilschwingung
  - rechnerisch: Frequenzabstand  $> 20\%$
  - messtechnisch: Frequenzabstand  $> 10\%$
- Lastkombinationen: Glockenläuten ist die maßgebende Veränderliche,  $\gamma_Q = 1,50$

# Konstruktive Durchbildung

## *normative Anforderungen*

### Bemessung:

- **Stahlbeton nach DIN 1045-1**
  - Ermüdungsnachweis gemäß DIN 1045-1
  - oder
  - Schnittgrößen aus Glockenläuten sind mit einem Ermüdungsbeiwert von  $\mu = 3.0$  zu berücksichtigen
- **Mauerwerk nach DIN 1053-1**
  - keine Zugspannungen!
  - Spannungen aus Glockenläuten sind mit einem Ermüdungsbeiwert von  $\mu = 2.5$  zu berücksichtigen

# Konstruktive Durchbildung

## *normative Anforderungen*

### Bemessung:

- **Holz nach DIN 1052**

- nur Verbindung schlupfarmer Verbindungsmittel
- Schnittgrößen aus Glockenläuten sind mit einem Ermüdungsbeiwert von  $\mu = 2.5$  zu berücksichtigen

- **Stahlbau nach DIN 18800**

- Schraubverbindungen nur HV- oder Passverbindungen zulässig
- Betriebsfestigkeitsnachweis erbracht, wenn  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \leq 26\text{N/mm}^2$

ansonsten:

- Betriebsfestigkeitsnachweis nach DIN V ENV 1993

# Schwingungsmessungen

**Ziele:** Feststellung, ob Maßnahmen zur Schwingungsminderung am Turm / Geläute erforderlich werden

**Was soll bestimmt werden:**

- **Erreger- und Eigenfrequenzen**
  - **System ist nichtlinear; daher muß das Bauwerk auf unterschiedlichen Lastniveaus angeregt werden**
  - **Ermittlung der Erregerfrequenzen (Glockenharmonische)**
- **Ermittlung der Resonanzabstände; Feststellung der Schwingungsamplituden ( $x^{pp}$ ,  $x^p$ ) zur Beurteilung und Kalibrierung (für eventuelle num. Untersuchung)**
- **Bereitstellung aller für die Planung von geläutetechnischen und baulichen Maßnahmen relevanten Größen**

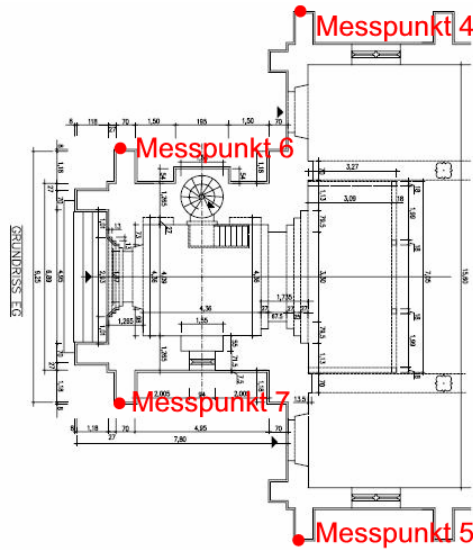
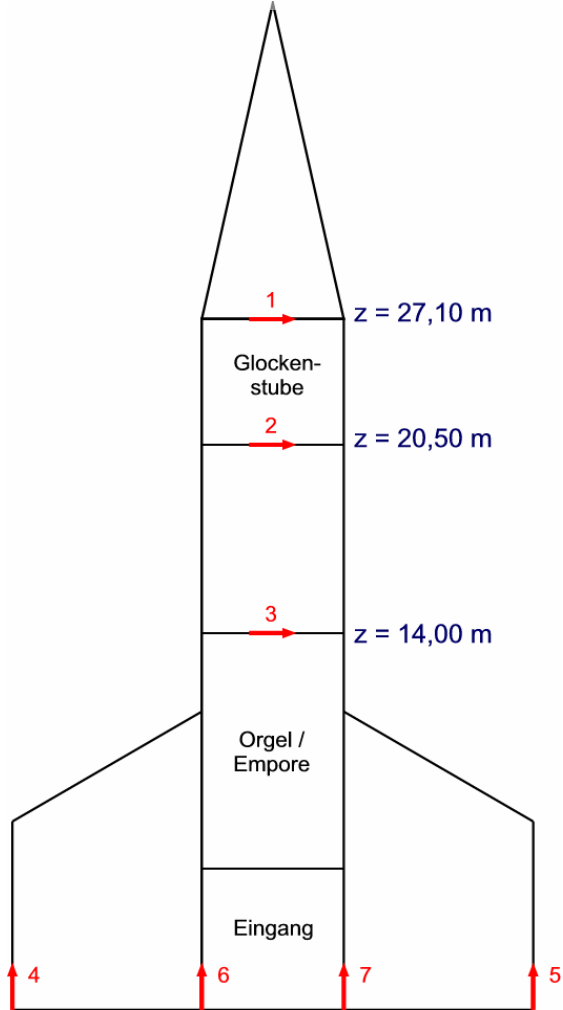
# Schwingungsmessungen

## Wo wird gemessen?

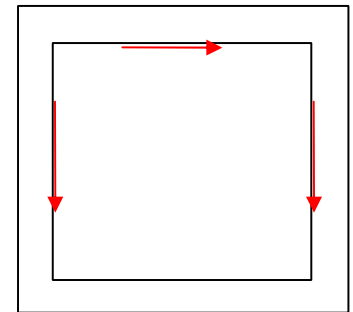
- In der höchsten zugänglichen Messebene, die repräsentativ für die Schwingungen des Turmbauwerks ist, je zwei Aufnehmer an den Außenwänden mit der Messrichtung horizontal in Glockenschwingungsrichtung und rechtwinklig dazu (maximale horizontale Auslenkung, Torsion);
- in möglichst gleichmäßigen Abständen über die Turmhöhe (oberste Messebene) verteilt zwei zusätzliche Aufnehmer mit der Messrichtung horizontal in Glockenschwingungsrichtung (Biegung);
- im Bereich des Turmfundaments in der Ebene der Glockenschwingung auf beiden Seiten des Turms in möglichst großem Abstand voneinander, Messrichtung vertikal (Fundamentkipfung).

# Schwingungsmessungen

## Anordnung im Aufriss zur Erfassung der Biegung



## Anordnung oberste Ebene zur Erfassung der Torsion



# Schwingungsmessungen

## Beurteilung:

- Einhalten eines 10%-gen Frequenzabstandes
- Falls keine Schäden vorliegen, die die Standsicherheit gefährden, kann eine erste Beurteilung auf Basis von Schwinggeschwindigkeiten erfolgen.

| Zeile | Bauart                       | Orientierungswert<br>$v$<br>mm/s |
|-------|------------------------------|----------------------------------|
| 1     | Historische Türme, allgemein | 3                                |
| 2     | Historische Holztürme        | 5                                |
| 3     | Türme aus Ingenieurmauerwerk | 5                                |
| 4     | Türme aus Ingenieurholzbau   | 8                                |
| 5     | Türme aus Stahlbeton         | 8                                |
| 6     | Stahltürme                   | 10                               |